

Réseaux électriques



Département de Génie appliquée

Chap1 : Généralités sur les réseaux électriques

Chap2 : - Calcul des réseaux électriques et modélisation des lignes et des câbles électriques

TD : Série 1

Chap3 : - Circuits triphasé déséquilibrés
- Les composantes symétriques

TD : Série 2

Chap4 : Courant de court circuit dans les lignes de transport

TD : Série 3

Les réseaux électriques

Chap5 : Puissances et harmoniques

TD : Série 4

Introduction :

Définition :

Un réseau électrique est un ensemble d'infrastructures énergétiques plus ou moins disponibles permettant **d'acheminer l'énergie électrique** des centres de productions vers les consommateurs d'électricité.

- ✓ Il est constitué de **lignes électriques** exploitées à différents niveaux de tension, connectées entre elles dans des postes électriques .
- ✓ Les **postes électriques** permettent de répartir l'électricité et de la faire passer d'une tension à l'autre grâce aux transformateurs.



Introduction :

Actuellement, la très grande majorité de l'énergie électrique consommée dans le monde est acheminée par l'ensemble des réseaux électriques existants. En un peu plus d'un siècle, ce que représente le terme de « réseau électrique » est passé de la mutualisation de quelques unités de production à une interconnexion généralisée au niveau des continents tout entiers. Si les étendues et les ramifications qui caractérisent ces réseaux en multiplient les performances et les potentiels, il faut savoir qu'elles en font également des systèmes complexes, gérés par une multitude d'intervenants et tiraillés par des contraintes technico-économiques de plus en plus pesantes.

Contraintes :

Sur le plan purement technologique, ces contraintes sont principalement liées au fait que l'électricité ne se stocke pratiquement pas, et que par conséquent, l'intégralité des transferts d'énergies est gérée en « temps réel » de telle manière à conserver à la fois les valeurs normalisées des tensions et de la fréquence, ainsi que des marges de puissance permettant d'assurer la sûreté du système. Parallèlement à cela, les particularités géographiques, la répartition des populations et des lieux de consommation, l'interconnexion internationale, l'aspect imprévisible des avaries, etc., sont autant de contraintes supplémentaires qui façonnent la réalité technique et stratégique des réseaux d'aujourd'hui.

Structure générale des réseaux électriques

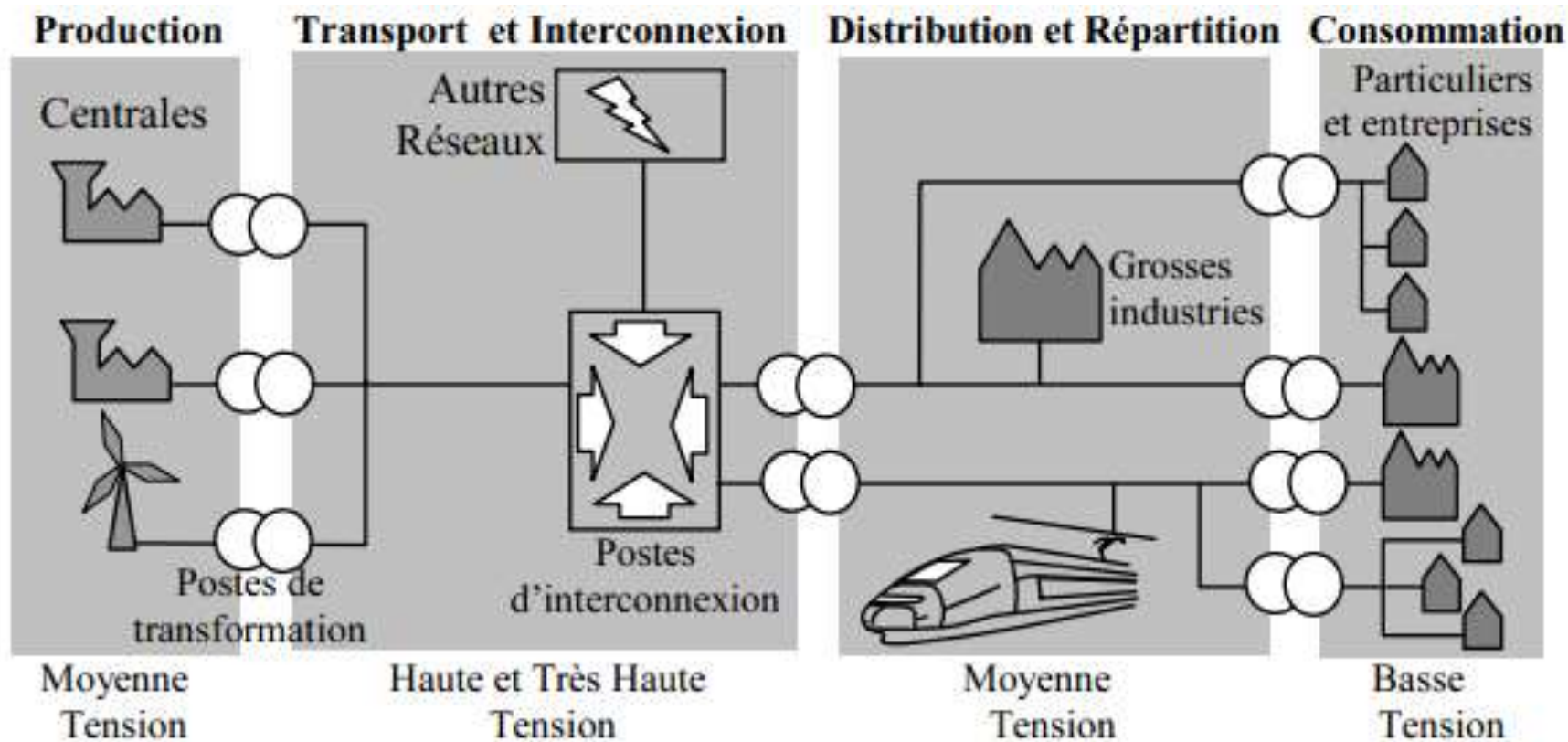
De façon très générique, un réseau électrique est toujours dissocié en quatre grandes parties :

- **La production** : Elle consiste en la génération de l'ensemble de la puissance active consommée par le réseau tout entier. En grande majorité, les tensions associées à cette production sont produites sous la forme de systèmes triphasés par l'intermédiaire d'alternateurs entraînés à partir de divers types de sources d'énergie dites « primaires ».
- **Le transport** : Il consiste à acheminer les puissances produites par les unités de production auprès des lieux de consommation. Les grandes centrales étant en général groupées autour des fleuves, des cours d'eau et des océans, le « grand transport » consiste à parcourir de longues distances en direction des extrémités des territoires nationaux. L'ordre de grandeur de ces distances impose, entre autre, le fait de véhiculer l'énergie électrique sous très haute tension

Structure générale des réseaux électriques

- **La distribution** : Elle consiste en un maillage fin du territoire permettant à chaque utilisateur d'être à proximité d'une liaison au réseau. C'est l'ultime ramification des lignes et des installations qui permet également un passage progressif des très hautes tensions du transport aux basses tensions de la consommation.
- **La consommation** : Chaque récepteur électrique connecté au réseau consomme une puissance active et une puissance réactive. La consommation domestique, qui est généralement majoritaire, est très ramifiée et se fait sous basse tension souvent monophasée (100 à 250 V). Certains « clients » industriels (grosses usines, ferroviaire, etc.) sont directement reliés en moyenne, haute ou très haute tension.

Structure générale des réseaux électriques

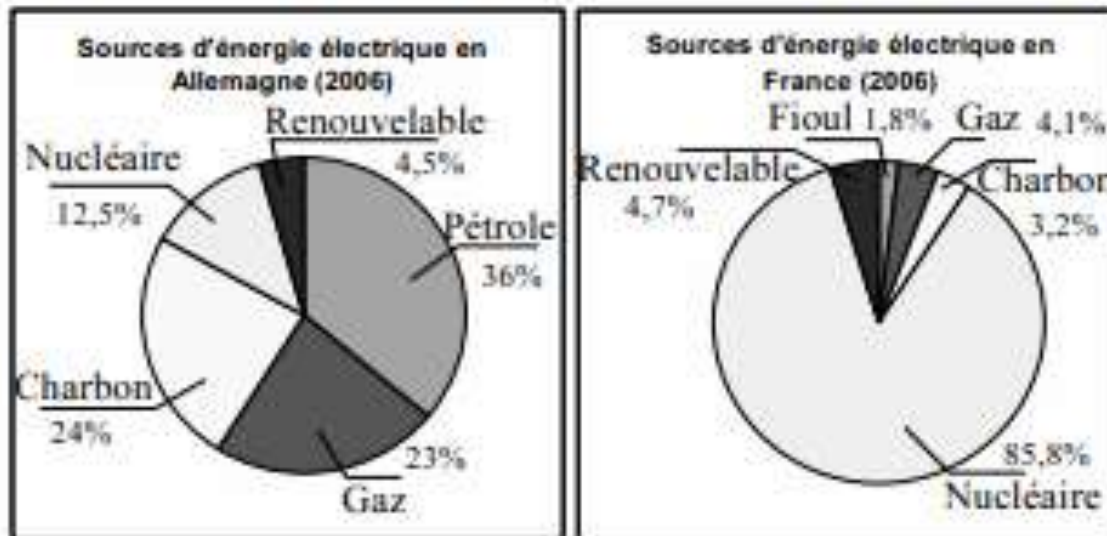


Réseau électrique simplifié

Production de l'énergie électrique

- ✓ La production de l'énergie électrique consiste en la transformation de l'ensemble des énergies convertibles (énergie primaires) en énergie électrique.
- ✓ De façon prépondérante, la production se fait partir du **pétrole, du charbon, du gaz naturel, de réactions nucléaires**, du vent ou de la force hydraulique.

En réalité, quelques sources d'énergie supplémentaires et renouvelables, telles l'énergies éolienne et solaire, biomasse, la géothermie.. existent, et représente aujourd'hui une part très faible mais croissante de la production mondiale.



Production de l'énergie électrique

De façon plus pragmatique, il est ainsi d'usage de classer les unités de production électriques à la fois en fonction du type d'énergie convertie et en fonction de leur dynamique propre. On distingue alors :

- **Les centrales de production de masse** : Leur fonction est de produire la plus grande partie de l'énergie électrique fournie à l'ensemble du réseau. Les puissances générées (jusqu'à quelque 100 GW) correspondent à des processus dont les temps de réponse sont grands (quelques heures). La mise en œuvre de ces centrales est donc programmée à partir d'une prévision journalière de la consommation moyenne. Les unités de production de masse utilisent principalement l'énergie nucléaire et thermique.



Production de l'énergie électrique

- **Les centrales de production intermédiaire** : Leur capacité de production moindre (inférieure à 1 GW) correspond en général à une inertie de fonctionnement également moindre. Leur utilité réside dans l'ajustement de la production, en fonction d'éventuelles maintenances ou modifications des moyens de production de masse. De façon plus générale, elles permettent dans certains pays un meilleur



équilibrage des sources d'énergie primaires. Ces unités sont en général des centrales thermiques (pétrole, charbon et gaz), mais certains pays possèdent des parcs très importants de centrales hydroélectriques au fil de l'eau et d'éoliennes de production intermédiaires.

Production de l'énergie électrique

- **Les centrales des productions de pointe** : Ces unités sont caractérisées par des temps de mise en fonctionnement très brefs (quelques minutes ou dizaines de minutes) permettant une réaction rapide par rapport aux fluctuations de la consommation. Ces unités sont principalement des centrales hydroélectriques dont les puissances ne dépassent pas en général quelque 100 MW. Un avantage supplémentaire, même s'il est assez discret dans beaucoup de pays, est de permettre un stockage d'énergie potentielle dans des bassins ou les parties hautes de certains barrages



CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES DU TRANSPORT ET DE LA DISTRIBUTION

Les réseaux, en très grande majorité, transportent l'énergie électrique sous la forme de systèmes triphasés. Les dispositions et grandeurs caractéristiques de ces systèmes sont ainsi :

- Leur fréquence.
- Leurs niveaux de tension.
- Leurs différents types de couplage.




Fréquence normalisée

Les grands réseaux électriques sont des systèmes interconnectés qui présentent une fréquence uniforme afin de garantir le bon fonctionnement de leurs appareillages, ces derniers étant optimisés pour une valeur précise de la fréquence.

Dans le monde, on ne recense que deux valeurs distinctes de fréquence :

- « Le 50 Hz » caractérise les réseaux Européens, Asiatiques, Russes et Africains.
- « Le 60 Hz » caractérise les réseaux Américains, Canadiens et Japonais (en réalité, au Japon, les deux fréquences sont utilisées).

Tensions normalisées

	Usage	Tensions Normalisées	Noms (standard Européen)	Aspect visuel des lignes
HTB	Grand transport national et interconnexion	225 kV / 400 kV (THT) 90 kV / 63 kV (HT)	HTB (50 kV à 400 kV) HTB 3 : 400 kV HTB 2 : 225 kV HTB 1 : 90 et 63 kV	 <p>Ligne 225 kV</p>
HTA	Lignes interrégionales et répartition régionale	33 kV / 20 kV / 15 kV (MT)	HTA (1 kV à 50 kV)	 <p>Poste de répartition 90 kV</p>
BT	Répartition locale, distribution et consommation	400 V 230 V Mono (BT)	BT < 1 kV	 <p>Pylône 230/400 V 4 fils</p>

Maillage territorial et interconnexion

L'objectif des réseaux électriques est de « mailler » les territoires de la façon la plus fine possible. Ils sont donc organisés à partir de grandes lignes qui se ramifient en des arborescences permettant de couvrir l'intégralité des zones de consommation. Par ailleurs, les réseaux étant gérés de façon nationale, il existe entre les pays des liaisons qui leur permettent d'échanger directement de l'énergie sous forme électrique, cela s'appelle « l'interconnexion internationale ». On montre par ailleurs que cette dernière permet à chaque pays de ne pas surdimensionner son parc de production pour faire face aux pointes de consommation. Cette interconnexion justifie surtout le fait que les réseaux électriques sont le support d'un marché de l'énergie étendu aux continents. De façon assez descriptive, il est suffisant, à propos du maillage territorial, de retenir les points suivants :

- Les lignes « HTB » servent à couvrir les distances les plus longues. Ces lignes parcourent plusieurs centaines voire plusieurs milliers de kilomètres et il est possible de les considérer comme les « artères principales » des réseaux. Ce sont aussi elles qui aboutissent aux interconnexions transfrontalières.
- Les lignes « HTA » servent à mailler plus finement les gros apports en puissance aux niveaux des diverses régions des territoires. Elles aboutissent à des postes de répartition et d'interconnexion d'où partent une multitude de tronçons de plus faible tension et plus faible puissance, en cela elles constituent les « artères secondaires » des réseaux.
- Les lignes « BT » enfin représentent les « vaisseaux sanguins » des réseaux, c'est-à-dire le maillage le plus fin permettant à chaque consommateur d'être à proximité d'une source d'énergie électrique.

Transport en haute tension, facteur de puissance quasi unitaire

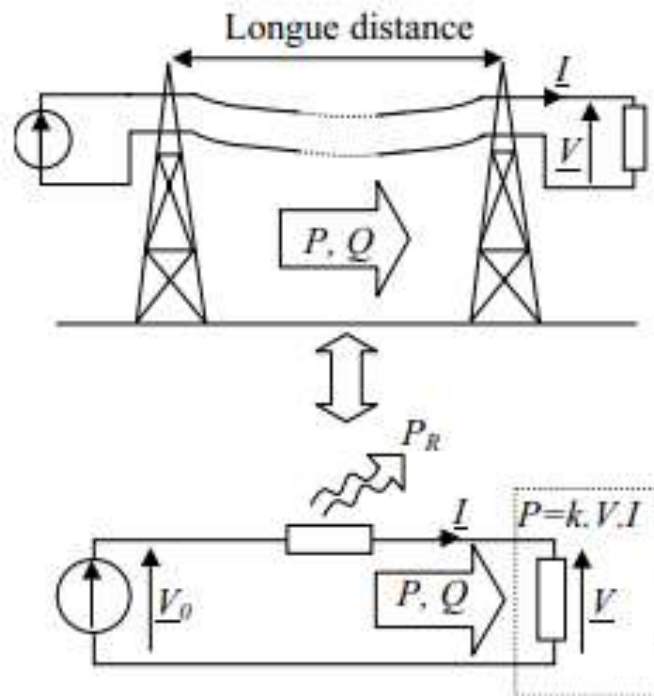


Figure 7 Transport simplifié de l'énergie électrique

À puissance fournie constante, la minimisation des pertes dans la ligne passe donc par deux points essentiels :

- La tension V (et donc V_0) doit être la plus grande possible.
- Le facteur de puissance doit être le plus proche possible de l'unité.

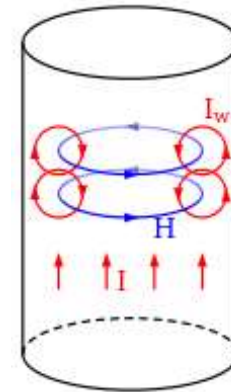
Utilisation du régime alternatif sinusoïdal

	Régime alternatif	Régime continu
Avantages	<ul style="list-style-type: none">• Permet l'utilisation de transformateurs pour élever et abaisser la tension.• Facilite la coupure des courants par le passage naturel par zéro 2 fois par période c'est-à-dire 100 fois par seconde.• Production directe par alternateurs.	<ul style="list-style-type: none">• Pas d'effets réactifs, le facteur de puissance est unitaire (en dehors de déformations).• Facilite l'interconnexion de des réseaux, il suffit d'avoir partout la même tension.• Pas d'effet de peau, les câbles et les lignes sont plus simples et moins chers.
Inconvénients	<ul style="list-style-type: none">• Implique des effets inductifs et capacitifs pénalisants pour un certain nombre de raisons (facteur de puissance < 1 principalement).• Difficulté d'interconnexion de plusieurs réseaux (il faut garantir l'identité de la tension, de la fréquence et de la phase).• Implique un effet « de peau » (voir partie sur les <i>lignes et câbles</i>), d'où la nécessité de câbles et lignes adaptés et donc plus chers.	<ul style="list-style-type: none">• Difficulté de couper les courants continus, d'où des dispositifs de coupure plus performants et plus chers.• Terminaisons très coûteuses.• Impossibilité de produire ou d'élever la tension dans le domaine des très hautes tensions d'où des pertes importantes sur les lignes.

Effet de peau :

Tout courant se déplaçant dans un conducteur génère un champ magnétique autour de ce dernier.

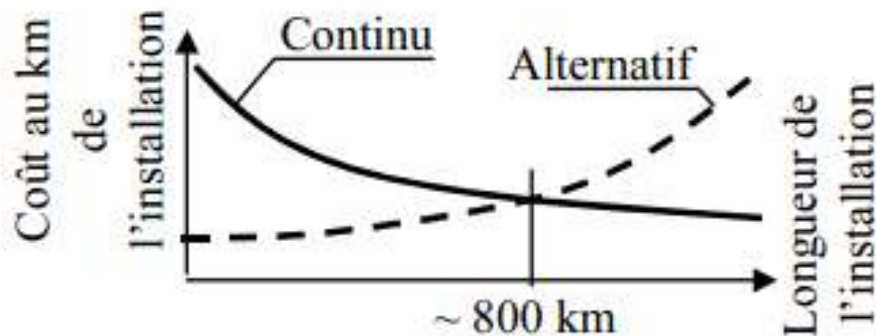
- ✓ Quand un courant continu traverse un conducteur, la **différence de potentiel** est uniforme et les charges se déplacent dans le conducteur de manière isotrope, ce qui donne un **champ magnétique constant** (H).
- ✓ lorsqu'un courant alternatif circule, les charges oscillent et **le champ magnétique varie**, ce qui induit une boucle de courant électrique inverse.



Cela signifie que le courant ne circule pas **uniformément** dans toute la section du conducteur. Tout se passe comme si la section *utile* du câble était plus petite. La résistance augmente donc, ce qui conduit à des pertes par effet Joule plus importantes.

De façon prépondérante cependant, il est possible de dégager deux éléments principaux qui sont à l'avantage du régime alternatif :

- L'utilisation (massive) du transformateur n'est possible qu'en régime alternatif. C'est le seul moyen, encore actuellement, permettant d'élever la tension à hauteur de 400 kV (750 kV ou même 1 MV).
- Le coût au kilomètre d'un réseau en régime alternatif a tendance à augmenter avec la distance à parcourir, à cause essentiellement du coût des conducteurs qui sont plus complexes qu'en continu. À l'inverse, le coût au kilomètre d'un réseau continu a tendance à chuter avec la distance étant donné que ce sont uniquement les terminaisons de ce réseau qui sont complexes. En définitive, **la distance critique** en dessus de laquelle un réseau continu revient moins cher **correspond à environ 800 km**



La justification de la nature sinusoïdale des tensions et courants utilisés est également intéressante. Il est en effet légitime de se demander pourquoi le régime sinusoïdal pur est le seul utilisé et non pas des régimes de tension carrées, triangulaires, etc. Pour répondre à cette question il suffit d'avoir conscience que les grandeurs électriques alternatives mais non sinusoïdales sont décomposables en un « fondamental » auquel s'ajoute une série d'harmoniques dont les fréquences sont multiples de la fréquence fondamentale

À partir de là, la réponse tient en deux points :

- La **puissance active** consommée par un récepteur consommant un courant non sinusoïdal **n'est liée**, dans la plupart des cas, **qu'à la composante fondamentale de ce courant**. L'ensemble des harmoniques impose alors un courant efficace plus important qu'il l'aurait été en régime sinusoïdal, ce qui revient à la considération d'un facteur de puissance de moindre valeur (autrement dit, la présence de puissance déformante nuit au facteur de puissance).
- En régime alternatif, l'effet de peau est d'autant plus sensible que la fréquence des grandeurs est élevée. Les composantes harmoniques, de fréquence multiple de la fréquence fondamentale, circulent ainsi dans des sections réduites par rapport à la section principale des conducteurs. La résistance apparente des lignes et câbles est alors beaucoup plus importante pour les harmoniques, les pertes en lignes correspondantes le sont également.

En conséquence, il est impératif, dès lors que le transport et la distribution de l'énergie électrique sont effectués en régime alternatif, que ce régime soit plus particulièrement « alternatif sinusoïdal ».

Utilisation de systèmes triphasés

Les systèmes triphasés, dans le cas de la production, du transport ou de la distribution de fortes puissances électriques, sont toujours utilisés au dépend des systèmes monophasés. Pourtant, il est légitime de se demander pourquoi alors que leur apparence plus lourde et plus complexe laisserait penser le contraire.

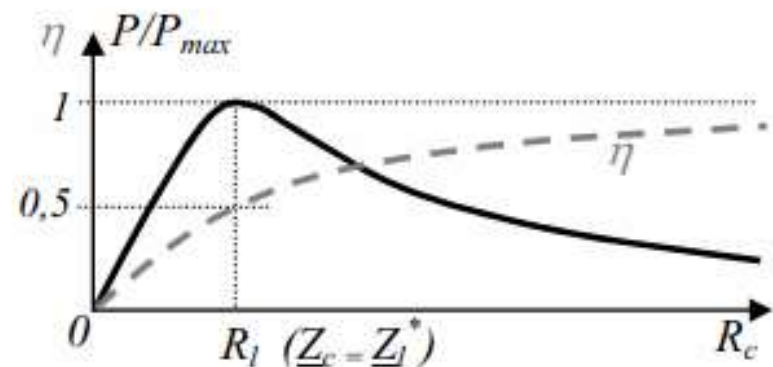
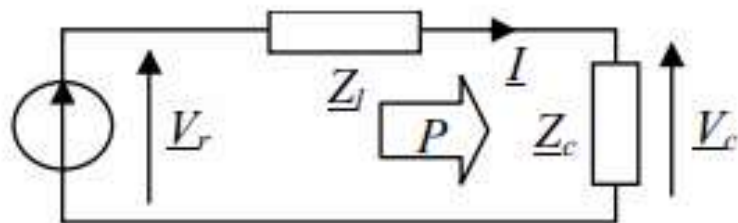
- À puissance active constante, un système triphasé « trois fils » requiert **deux fois moins de volume de conducteurs** électriques qu'un système monophasé. En conséquence, un système triphasé permet de gagner un « facteur 2 » sur l'ensemble du poids, du coût, du gabarit de pylônes, etc., relatifs aux lignes et câbles qui le constituent.

PHÉNOMÈNES LIÉS AU FONCTIONNEMENT DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

Pour bien comprendre les principes de fonctionnement des réseaux électriques, il est nécessaire de prendre conscience d'un certain nombre de phénomènes qui limitent leurs possibilités, ou même mettent en péril leur sûreté. C'est de la gestion optimisée de ces phénomènes et de leurs conséquences que découlent les grandes stratégies de conduite évoquées dans les chapitres ultérieurs.

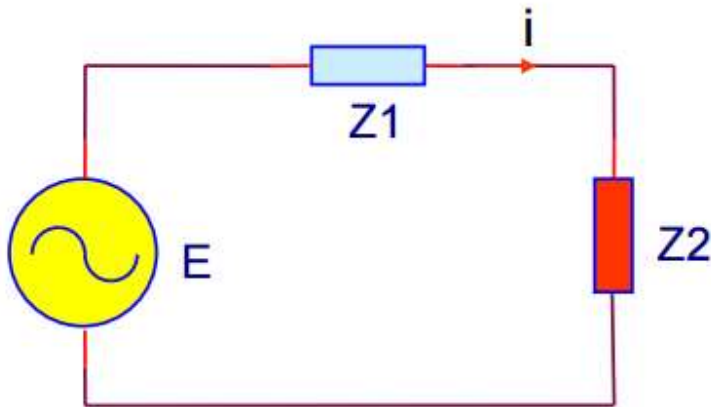
Puissance maximale transmissible

Toute association « générateur / récepteur » présente une limite de puissance transmissible de l'un vers l'autre. Tout réseau électrique, dès lors qu'il est globalement équilibré, peut être ramené à une telle association et est alors tributaire d'une grandeur importante appelée « puissance maximale transmissible ». La *figure* représente le schéma équivalent monophasé de tout réseau, ou toute partie de réseau, en régime permanent équilibré



La règle, souvent utilisée en électronique, de « l'adaptation d'impédances » décrit le fait que la puissance P transmise au récepteur est maximale si $\underline{Z}_c = \underline{Z}_l^*$ (ce qui implique que $Z_c = Z_l$). En d'autres termes, la modification de la charge ne permet pas de dépasser une certaine puissance $P_{\max} = \frac{V_r^2}{4 \cdot Z_l}$. La *figure* représente également l'évolution de P/P_{\max} et du rendement η du système en fonction de la résistance de la charge.

Application



$$Z1 = R1 + jX1$$

$$Z2 = R2 + jX2$$

Valeur de $Z2$ pour que la puissance reçue soit maximale ?

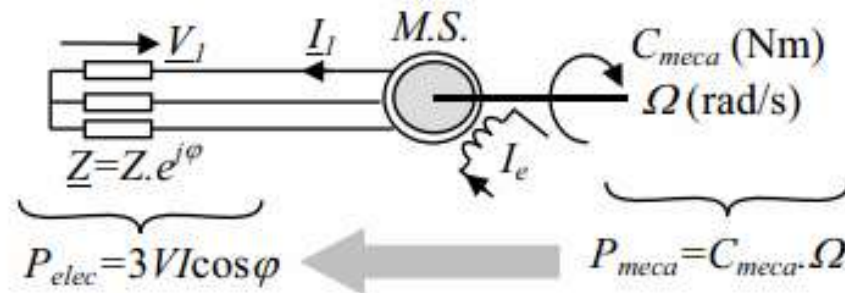
Couplage « fréquence / puissance »

Tout alternateur, lorsqu'il débite de la puissance vers une charge, est tributaire du principe fondamental de la dynamique en rotation

$$\sum \text{couples} = C_{meca} - C_m - C_{elec} = J \frac{d\Omega}{dt}$$

En négligeant les pertes associées à l'alternateur, il est possible de relier alors l'évolution de sa vitesse aux puissances amenées et reçues :

$$C_{meca} - C_{elec} = \frac{P_{meca}}{\Omega} - \frac{P_{elec}}{\Omega} = J \frac{d\Omega}{dt}$$



Couplage « fréquence / puissance »

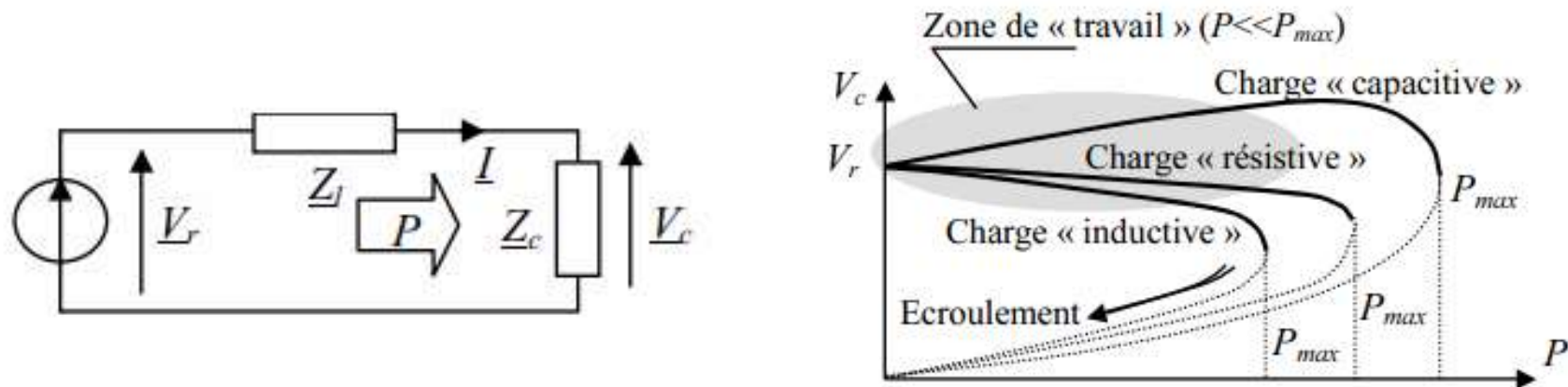
La fréquence des tensions produites par l'alternateur étant proportionnelle à la vitesse de rotation, cette équation permet de comprendre l'origine de ses fluctuations, à savoir :

- En régime permanent, c'est-à-dire à vitesse et fréquence constantes, il y a égalité entre la puissance produite et la puissance consommée.
- Lors d'une évolution à la hausse de la puissance consommée (P_{elec}), il y a « freinage » de l'alternateur ($\frac{d\Omega}{dt} < 0$) et diminution de la fréquence.
- Lors d'une évolution à la baisse de la puissance consommée, il y a « accélération » de l'alternateur ($\frac{d\Omega}{dt} > 0$) et augmentation de la fréquence.

Autrement dit, de par la proportionnalité entre vitesse et fréquence, il existe un couplage fort entre la fréquence d'un réseau (qui n'est autre qu'un « regroupement » d'alternateurs) et le bilan des puissances. Le fait de garantir la constance de la fréquence consiste ainsi à adapter en permanence le « niveau de production » à celui de la demande en permettant aux divers appareillages de fonctionner à leur pulsation optimale (c'est-à-dire de ne pas « subir » l'égalité « production = consommation »).

Couplage « tension / puissance active »

Lorsqu'une charge consomme une puissance, le courant qu'elle appelle sur le réseau contribue à faire varier la tension produite par ce dernier. Si la notion de « chute de tension » provoquée par la charge n'est pas surprenante, il est important de comprendre comment elle s'exprime dans une optique de « transit de puissance ».



Les conclusions relatives à ces courbes sont les suivantes :

- Les charges globalement inductives et résistives contribuent à faire chuter la tension.
- Les charges globalement capacitives contribuent à élever la tension dans la zone de travail.
- Quels que soient la nature de la charge et l'ordre de grandeur de l'impédance de ligne, une limitation en puissance active apparaît : c'est la puissance maximale transmissible.
- Au-delà de cette limitation, la tension produite s'écroule de façon irréversible.

Couplage « tension / puissance réactive »

La puissance réactive qui transite sur les réseaux joue également un rôle déterminant à cause de l'aspect globalement inductif des charges et des lignes. À cet effet, il est très important de comprendre et retenir les notions suivantes :

- Par nature, la majorité des charges de puissance supérieure à quelques kilowatts qui sont connectées aux réseaux sont globalement inductives (moteurs, machines, transformateurs, etc.).
- Les éléments mêmes qui constituent de façon prépondérante les réseaux, à savoir les transformateurs et les lignes, sont globalement inductifs. Le fait de négliger, dans leurs schémas équivalents, les résistances devant les réactances revient au fait de considérer que les défauts constitutifs de ces éléments se ramènent à une consommation d'énergie réactive.

Couplage « tension / puissance réactive »

La *figure* représente le schéma équivalent monophasé d'un réseau ou d'une partie de réseau en régime permanent équilibré

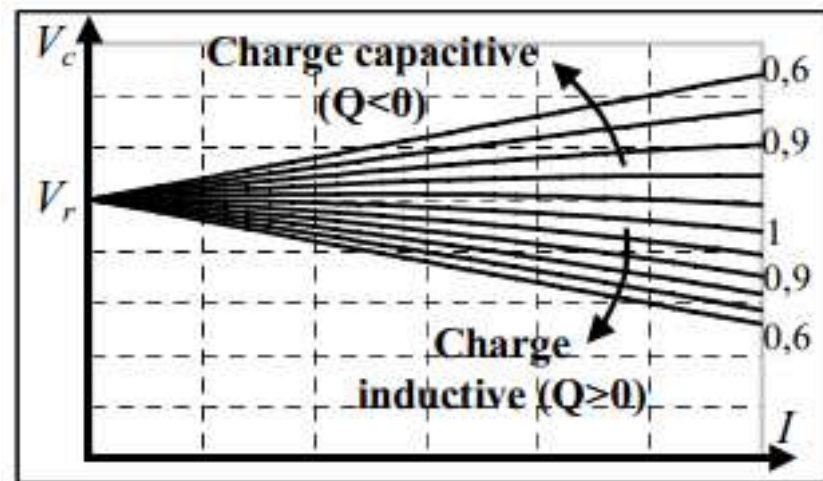
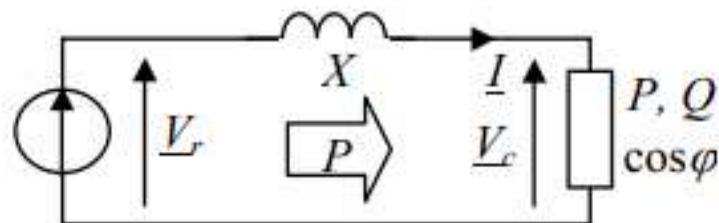
Il est possible de calculer et de représenter les évolutions de la tension V_c fournie à la charge en fonction du courant I , et ensuite de la puissance réactive Q . Pour cela, et lorsque la chute de tension $\Delta V = V_r - V_c$ est « faible », il est possible d'utiliser l'approximation

en écrivant : $V_r - V_c \approx X.I. \sin \varphi$.

une tension unique : $V = V_r \approx V_c$.

en utilisant le fait que $Q = 3.V_c.I. \sin \varphi$, il vient :

$$V_r - V_c \approx \frac{X.Q}{3.V}$$



En considérant alors une variation de puissance réactive $-\Delta Q$ (c.-à-d. une « injection ») dans le réseau, il est possible d'écrire : $V_r - (V_c + \Delta V_c) \approx \frac{X.(Q - \Delta Q)}{3V}$ ou encore, en ne « considérant »

que les variations : $\frac{\Delta V_c}{V} \approx \frac{X.\Delta Q}{3V^2}$.

Couplage « tension / puissance réactive »

Le terme $\frac{3V^2}{X}$ correspond à la puissance dite « de court-circuit », S_{cc} , qui est une constante associée au réseau. Elle représente la puissance apparente fournie par le générateur lorsque $V_c = 0$. (en réalité, dans le cas du court-circuit, il faut considérer la réactance idoine appelée X_{cc} qui dépend des réactances transitoires des machines).

Ainsi, il est possible d'écrire :
$$\frac{\Delta V_c}{V} = \frac{\Delta U_c}{U} \approx \frac{\Delta Q}{S_{cc}} \quad (\text{avec } U = \sqrt{3} \cdot V).$$

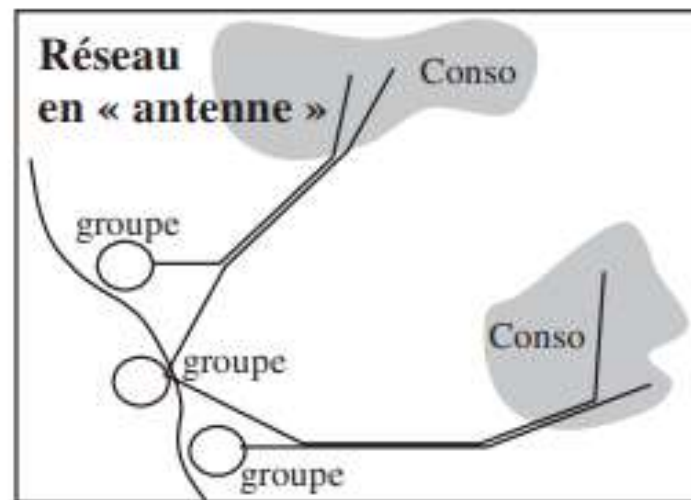
Cette formule est très intéressante car :

- Elle formalise le fait qu'une variation de puissance réactive induit une variation de tension.
- Une « injection de puissance réactive » (c'est-à-dire le fait de consommer une puissance réactive négative) revient à élever la tension V_c .
- Une « consommation de puissance réactive » (c'est-à-dire le fait de consommer une puissance réactive positive) revient à faire chuter la tension V_c .

Influence de la structure des réseaux

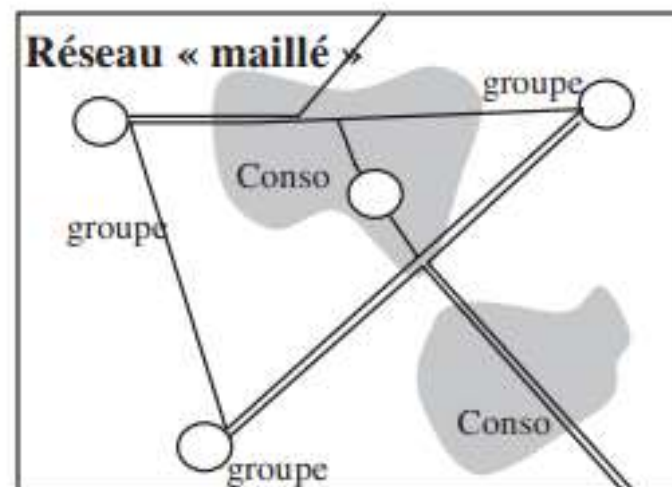
Sur l'aspect « structurel », il est possible de dissocier les réseaux dits « en antenne » des réseaux dits « maillés » :

- **Réseaux « en antenne »** : Ils sont constitués principalement de grandes lignes qui relient des groupes de production géographiquement concentrés à des lieux de fortes consommation éloignés et épars. En conséquence, les impédances de lignes sont importantes et s'ajoutent les unes aux autres (équivalent série). Les chutes de tension ont tendance à être fortes et il est nécessaire de prévoir de nombreux points de compensation du « réactif ». La *figure 13a* représente la structure de principe d'une partie d'un tel réseau.



Influence de la structure des réseaux

- **Réseaux « maillés »** : Ils sont constitués principalement de lignes multiples et bouclées qui relient des groupes assez bien répartis à des lieux de forte consommation proche et également répartis. En conséquence, les impédances des lignes se divisent (équivalent parallèle). Les chutes de tension ont tendance à rester faibles et les groupes peuvent se charger eux-mêmes de la plupart de la fourniture de réactif. La *figure 13b* représente la structure de principe d'une partie d'un tel réseau.



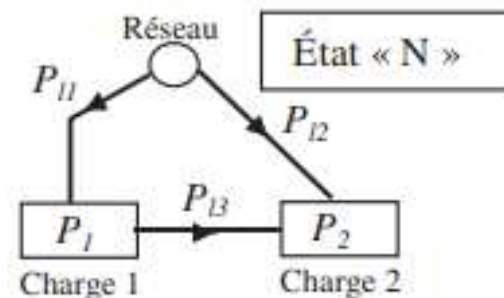
Transits et « reports de transits »

Les différentes lignes et postes de transformations qui constituent les réseaux permettent d'acheminer la puissance active produite vers les lieux de consommation. De par le « maillage » des territoires et le dédoublement des lignes, le « transit » de puissance dans une ligne dépend des impédances de l'ensemble des lignes qui font partie de son entourage proche.

La figure représente deux charges consommant les puissances P_1 et P_2 , les trois lignes associées conduisant les transits : P_{11} , P_{12} et P_{13} . L'analyse de la première situation, appelée « état N » permet d'écrire :

$$P_1 = P_{11} - P_{13} \text{ et } P_2 = P_{12} + P_{13}.$$

Une partie de la puissance transitant par les lignes 1 et 3 contribuant à l'alimentation de la charge 2.

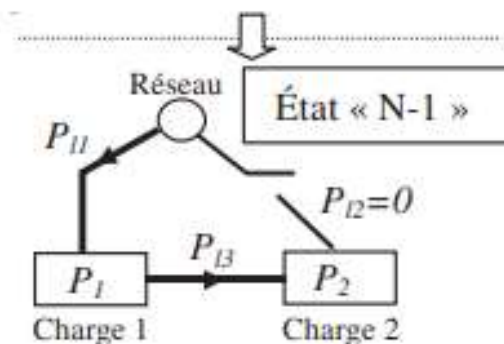


Transits et « reports de transits »

En supposant que la *ligne 2* (c'est un exemple) soit ouverte suite à une avarie ou à une manipulation diverse, on constate alors que la répartition des transits devient : $P_1 = P_{11} - P_{13}$ et $P_2 = P_{13}$, soit donc

$$P_{11} = P_1 + P_2 \text{ et } P_{13} = P_2.$$

En d'autres termes, les *lignes 1* et *3* doivent supporter un transit supplémentaire dû à l'ouverture de la *ligne 2*, on parle alors de « report de transit ». L'état, appelé de façon générique « N-1 », correspondant à la perte d'une ligne, est très important à considérer puisque le calcul des nouveaux transits permet de conclure sur la capacité du réseau à supporter la coupure (pas de dépassement des valeurs maximales associées aux lignes).



Transits et état « N-1 »

STRATÉGIE DE FONCTIONNEMENT DES RÉSEAUX

Les grands réseaux électriques interconnectés fonctionnent à partir d'une stratégie particulière qui, en quelques mots, consiste à assurer à la fois l'équilibre « production / consommation » et la sûreté des systèmes (c'est-à-dire leur immunité par rapport aux avaries communes et aux variations globales de la consommation).

Cette stratégie est basée sur un ensemble de réactions précises, en réponse aux fluctuations de la fréquence et des tensions qui sont les conséquences des évolutions de la consommation et de l'apparition de défauts.

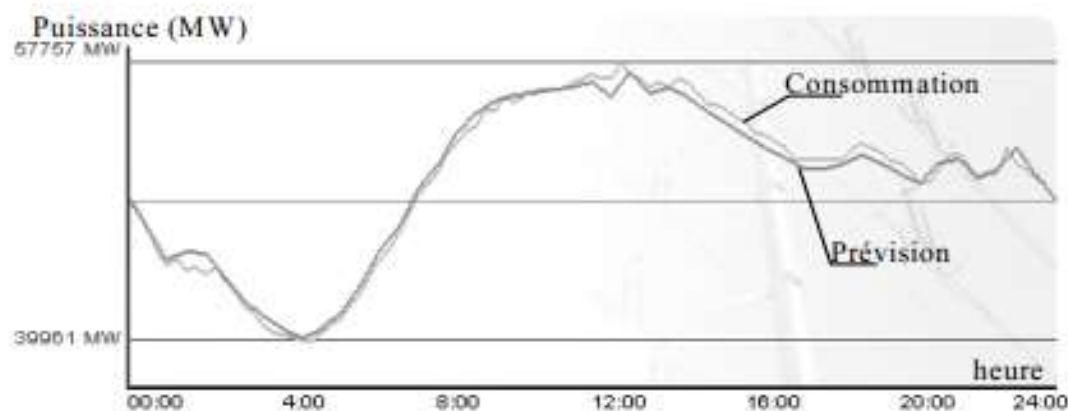
De façon assez simplifiée, il est possible de classer les différents principes de fonctionnement des réseaux en plusieurs points particuliers :

- La prévision journalière.
- Le réglage de la fréquence.
- La maîtrise des transits et la règle du « N-K ».
- Le réglage des tensions.
- Les protections.

STRATÉGIE DE FONCTIONNEMENT DES RÉSEAUX

La prévision journalière

De façon à mobiliser, chaque jour, un ensemble suffisant de moyens de production, les exploitants des réseaux électriques s'appuient sur des prévisions de consommation. Ces prévisions journalières sont réalisées par des services spécialisés, en concordance avec les données météorologiques, les statistiques et enregistrements de consommation, les rythmes de vie des populations et certains « évènements » particuliers.



Cette prévision constitue un « programme de charge » global portant sur une journée. Sa bonne concordance avec la consommation réelle permet de limiter l'utilisation de moyens de régulation en temps réel qui sollicitent de façon plus contraignante les dispatcheurs.

La maîtrise des transits et la règle du « N-K »

Les réseaux électriques permettent d'acheminer l'ensemble des puissances active et réactive, depuis les groupes de production vers les lieux de consommation. Le terme de « transit » représente la répartition de ces puissances sur les lignes (ou encore la répartition des courants associés). la répartition des transits dépend de façon prépondérante :

- De la configuration du réseau à un instant t .
- Des impédances des lignes et câbles en service à l'instant t .
- Des emplacements des moyens de compensation de puissance réactive à l'instant t .
- Des échanges internationaux liés à l'interconnexion (essentiellement commerciale) à l'instant t .

Si ces éléments sont connus à chaque instant de par la cohésion des actions sur les réseaux nationaux, il reste un aléa lié à l'apparition de défauts qu'il est impossible de prévoir.

les ouvrages de transport subissent un grand nombre de courts-circuits liés en grande partie aux conditions climatiques (foudre, neige, etc.) et de façon plus rare aux défaillances matérielles. À titre d'exemple, le réseau de transport national Français (RTE) subit chaque année environ 10 000 courts-circuits, soit une trentaine par jour. Il est donc impératif que le système soit géré en concordance avec la grande probabilité de ces aléas.

La maîtrise des transits et la règle du « N-K »

La stratégie permettant de gérer les transits en assurant une sûreté maximale consiste ainsi, en permanence et de façon périodique, à utiliser des simulateurs informatiques de manière à calculer, à l'instant t , l'ampleur des reports causés à l'instant $t + \Delta t$ par l'ouverture d'une ou plusieurs lignes sur un réseau. Dans le cas de reports calculés importants, les dispatcheurs connaissent à l'avance des contraintes à venir et disposent de temps prédéfinis pour réguler les transits. Ce travail de simulation absolument généralisé porte le nom de « N-K » et représente le calcul de contraintes liées à la perte de « K » lignes.

Une fois les contraintes prévisionnelles connues, les dispatcheurs disposent d'un certain nombre de moyens d'action en contre-réaction aux contraintes :

- La modification de la structure même du réseau, on parle alors de « topologie », permet de modifier directement les impédances de lignes présentées aux transits et donc de modifier la répartition de ces derniers.

Le réglage de la fréquence

Sur les grands réseaux interconnectés la fréquence est gérée de telle manière à être quasiment constante malgré les fluctuations de consommation. La volonté de maintien d'une valeur unique et uniforme, 50 Hz en Europe, est liée au bon fonctionnement d'un grand nombre d'appareillages qui ne tolèrent pas d'écarts supérieurs à quelques Hertz. De façon plus globale, la constance de la fréquence signifie une adaptation constante du niveau de production à la demande des charges. Pour ce faire, il existe trois moyens d'action :

- Le réglage primaire de la fréquence consiste en des régulations rapides des vitesses des alternateurs permettant de rattraper « en temps réel » les excursions de fréquence. L'accélération simultanée de tous les alternateurs correspond en réalité à une augmentation générale de la puissance fournie, la décélération en représentant une diminution. Lorsque le réseau est composé d'un grand nombre de groupes (et interconnecté) chaque alternateur le constituant n'a ainsi qu'à fournir une fraction de la variation de puissance globale appelée.
- Le réglage secondaire consiste, après la contre réaction rapide produite par le réglage primaire, en une action plus fine sur l'écart résiduel de fréquence, associée au rétablissement des échanges liés à l'interconnexion. En effet, l'interconnexion généralisée permet de façon prépondérante d'opérer un commerce de l'énergie dont les opérations sont contractuelles. La fluctuation de la demande d'un pays ne devant ainsi pas avoir de conséquence sur les échanges transfrontaliers.

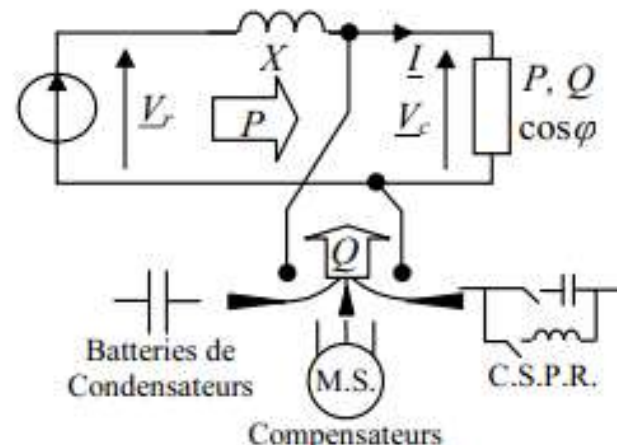
Le réglage des tensions

Le réglage des tensions est en réalité réparti sur tous les niveaux de tension qui constituent les réseaux. De façon assez pratique il est possible de recenser, les moyens de réglage suivants :

- Les alternateurs des groupes de production possèdent à la fois un réglage direct de tension et la possibilité de produire de la puissance réactive à la demande (voir *chapitre 12.4*) par modification de leurs courants d'excitation. Cette puissance permet la compensation d'une partie du réactif imposé par la présence des réactances de ligne et des transformateurs. Si cette puissance est très facilement mobilisable, elle est souvent insuffisante du fait de l'éloignement aux lieux de consommation.
- Les transformateurs HTB/HTA sont pourvus d'enroulements supplémentaires à prises mobiles appelés « régulateurs en charge ». Ces organes permettent, par une légère modification du rapport de transformation, d'élever ou d'abaisser le niveau de tension obtenu au secondaire du transformateur.
- Certains alternateurs, accrochés « à vide » au réseau, ne sont utilisés que pour leurs possibilités de fourniture ou de consommation de puissance réactive. On les appelle alors « compensateurs synchrones ». Comme ils ne sont pas assujettis à des critères géographiques liés à la production, ils sont placés à des emplacements particuliers, assez proches des lieux de consommation de réactif, et permettent ainsi un réglage de la tension par injection de puissance réactive en HTA.

- De façon plus proche des lieux de consommation, des gradins de condensateurs sont installés sur les réseaux HTA de manière à compenser les résidus de puissance réactive dus essentiellement aux consommateurs. Ces éléments sont commutés de façon automatique mais présentent l'inconvénient d'être commandés en « tout ou rien » et de fournir des puissances réactives dépendant des tensions en présence ($Q = C\omega.U^2$).
- Des circuits convertisseurs statiques de puissance réactive (CSPR) permettent également de fournir ou générer de la puissance réactive par commutation de courants dans des inductances et condensateurs. Sur les réseaux, ces circuits sont généralement connectés en MT.
- Enfin, la taxation et la compensation locale, en basse tension de la puissance réactive est un des meilleurs moyens de minimisation des chutes de tension sur les infrastructures de distribution.

La *figure* illustre, de façon tout à fait générique, le principe de compensation de la puissance réactive à partir du schéma monophasé équivalent qu'il est possible de mettre en œuvre à tous les niveaux de tension. L'utilisation de la formule $\frac{\Delta V_c}{V} \approx \frac{X \cdot \Delta Q}{3V^2}$ permet d'estimer de façon approchée l'élévation de tension associée à l'injection de puissance réactive ainsi opérée.



Les protections

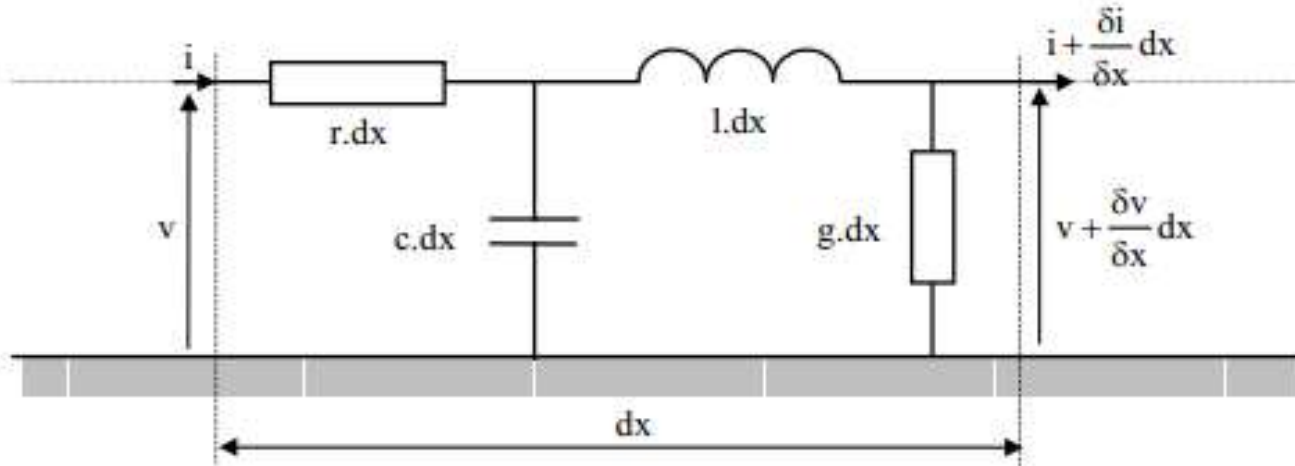
Sans rentrer dans les détails, les protections sont constituées de l'ensemble des disjoncteurs et des organes de coupure permettant d'interrompre l'alimentation d'un organe lors de défauts d'isolement ou de surcharges. Associées aux prévisions de transits en « N-K », elles permettent d'assurer la sûreté du système et la continuité du service. Les protections sont prévues sur les divers ouvrages en fonction des courants nominaux et du calcul des courants de courts-circuits (I_{cc}). Étant donné l'obligation de résultats de ces dispositifs, leur fonction et la connaissance des courants de courts-circuits sont absolument critiques.

Les lignes et les câbles électriques

La modélisation des lignes et des câbles électriques

L'équation analytique exacte des lignes et des câbles électriques

Les lignes électriques et les câbles sont des systèmes à constantes réparties, c'est à dire que les grandeurs physiques (résistances, inductances, capacités) sont réparties sur toute la longueur de la ligne et ne sont donc pas localisées.



Équations aux dérivées partielles de la ligne à constantes réparties

$$-\frac{\delta v}{\delta x} = r i + l \frac{\delta i}{\delta t} \quad (1)$$

$$-\frac{\delta i}{\delta x} = g v + c \frac{\delta v}{\delta t}$$

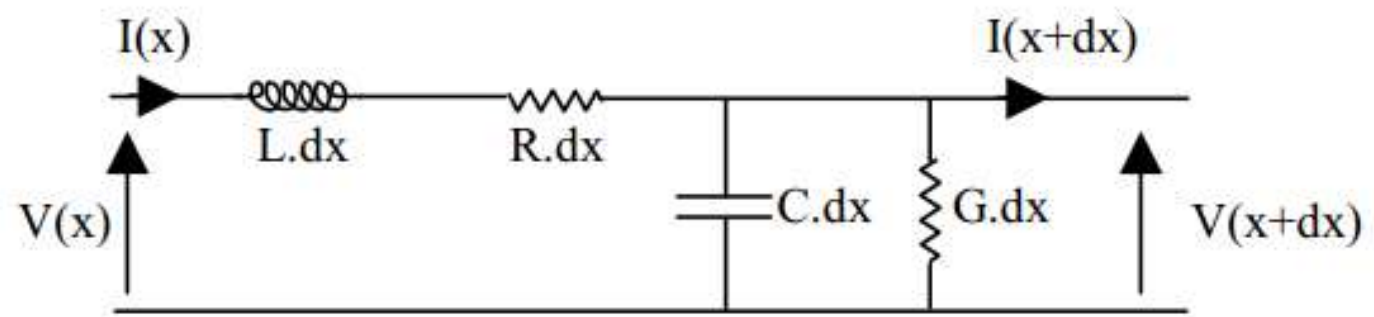
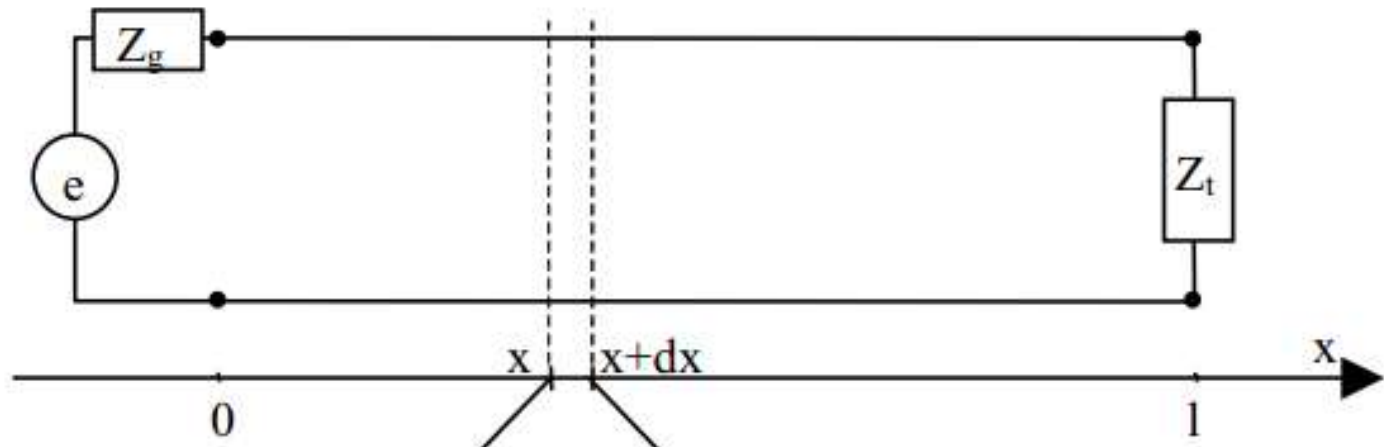
Avec :

r : Résistance longitudinale par unité de longueur.

l : L'inductance longitudinale par unité de longueur.

c : La capacité transversale par unité de longueur.

g : La conductance transversale par unité de longueur.



La modélisation des lignes et des câbles électriques

Dans le cas où la tension et le courant sont sinusoïdaux les équations (1) deviennent :

$$-\frac{dV(x)}{dx} = (r + jl\omega)I(x) \quad -\frac{dI(x)}{dx} = (g + jc\omega)V(x)$$

Si nous notons Z_l l'impédance longitudinale par unité de longueur, et Y_t l'admittance transversale par unité de longueur, les équations (2) deviennent :

$$-\frac{dV(x)}{dx} = Z_l I(x) \quad -\frac{dI(x)}{dx} = Y_t V(x)$$

Par séparation des variables, nous obtenons deux équations différentielles du second ordre indépendantes :

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = Z_l Y_t V(x) \quad \frac{d^2I(x)}{dx^2} = Z_l Y_t I(x)$$

Notons maintenant Z_w l'impédance caractéristique et γ la constante de propagation définies par les expressions suivantes :

$$Z_w = \sqrt{\frac{r + jl\omega}{g + jc\omega}} = \sqrt{\frac{Z_l}{Y_t}} \quad \text{unité} = \Omega$$

$$\gamma_w = \sqrt{(r + jl\omega)(g + jc\omega)} = \sqrt{Z_l Y_t} \quad \text{unité} = \text{m}^{-1}$$

Les deux équations différentielles indépendantes (2) deviennent alors :

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \gamma^2 V(x)$$

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} = \gamma^2 I(x)$$

La modélisation des lignes et des câbles électriques

Ces équations différentielles s'intègrent en donnant un système d'équations couplées :

$$\begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & -Z_0 \sinh(\gamma x) \\ \frac{-1}{Z_0} \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix}$$

En inversant cette dernière équation, nous obtenons une matrice où tous les termes sont positifs, appelée également matrice de transfert du quadripôle.

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & Z_0 \sinh(\gamma x) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix}$$

Considérons le modèle en Π de la figure ci-dessous.
Les équations qui correspondent à ce montage sont :

$$\begin{cases} V(x) = V(0) - Z_s(I(0) - Y_1 V(0)) \\ I(x) = I(0) - Y_1 V(0) - Y_2 V(x) \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} V(x) = V(0)(1 - Z_s Y_1) - Z_s I(0) \\ I(x) = I(0)(1 - Z_s Y_2) - (Y_1 + Y_2 + Z_s Y_1 Y_2) V(0) \end{cases}$$

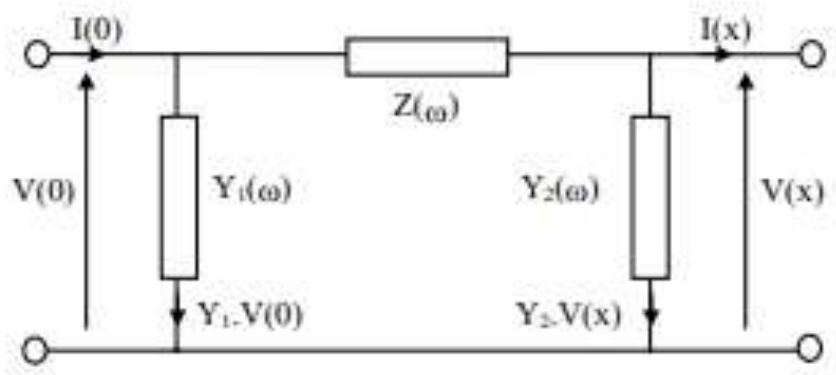
En identifiant les termes à la solution analytique de l'équation :

$$\begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & -Z_0 \sinh(\gamma x) \\ \frac{-1}{Z_0} \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix}$$

nous obtenons que :

$$\begin{cases} Z = Z_0 \cdot \sinh(\gamma \cdot x) \\ Y_1 = Y_2 = \frac{1}{Z_0} \tanh\left(\frac{\gamma \cdot x}{2}\right) \end{cases}$$

Ce qui correspond au schéma en Π de la figure ci-dessous.
 Mais les valeurs complexes de ces éléments varient en fonction de la fréquence.

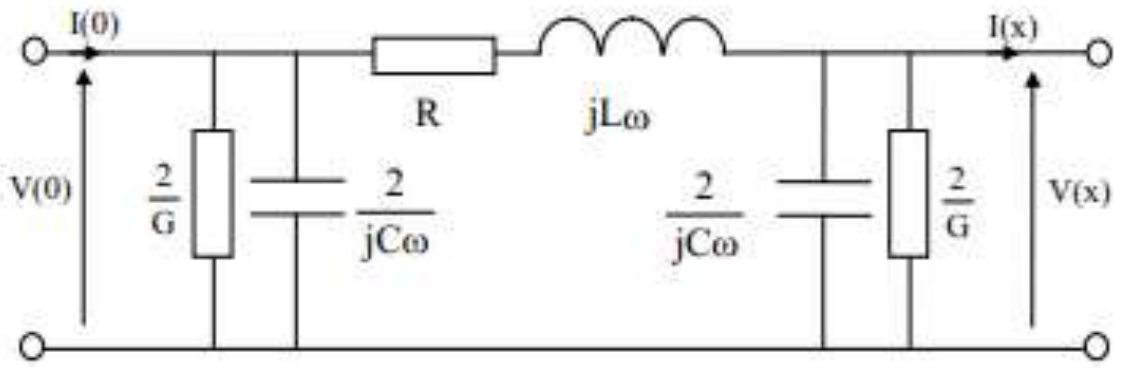


Avec :

$$Z(\omega) = Z_0 \cdot \sinh(\gamma \cdot x)$$

$$Y_1(\omega) = Y_2(\omega) = \frac{1}{Z_0} \cdot \tanh\left(\frac{\gamma \cdot x}{2}\right)$$

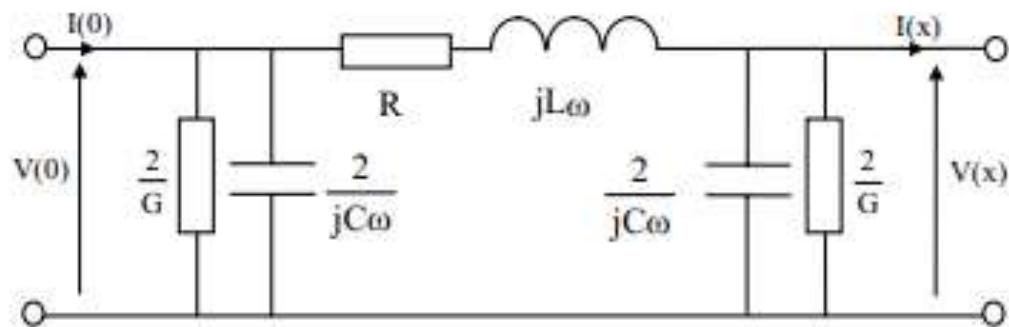
Si on ne tient pas compte de la propagation (lignes courtes et avec des déphasages faibles), nous pouvons simplifier les formules hyperboliques et faire l'approximation suivante :



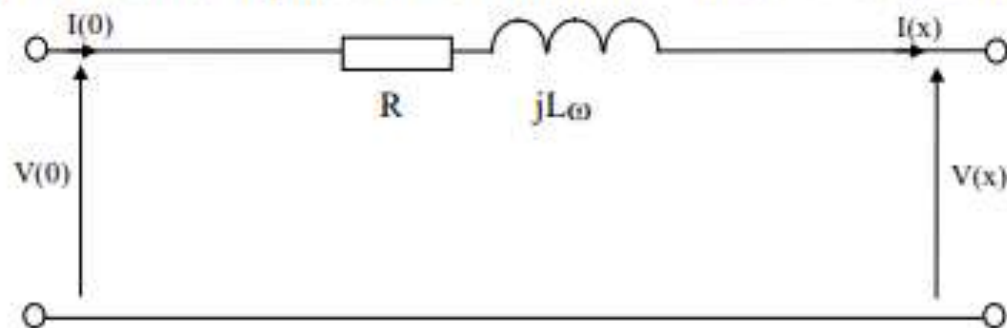
Avec **R**, **L**, **C** et **G**, les caractéristiques physiques des lignes et des câbles électriques H.T.

La modélisation des lignes et des câbles électriques

Repartons du schéma simplifié H.T d'une ligne électrique présenté ci-dessous :



En Basse-Tension, il n'est pas nécessaire dans les modèles de câbles de tenir compte de la capacité linéique et des pertes diélectriques (Faible niveau de tension, faible champ électrique et faible contrainte diélectrique), nous pouvons simplifier le schéma précédent et aboutir au modèle classique des câbles Basse-Tension :



Avec R , L les caractéristiques physiques des câbles électriques B.T.

La résistance des lignes et des câbles électriques

$$R = \frac{\rho \cdot \ell}{s}$$

R : la résistance électrique en ohm ;
ℓ : la longueur du câble en km ;

ρ : la résistivité électrique en Ω.mm²/km ;
s : la section du câble en mm² .

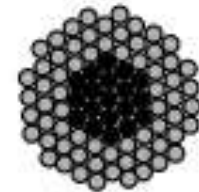
âme cuivre



âme aluminium



âme aluminium armée



Cuivre :

Masse volumique :	ρ	= 8,8 kg/dm ³
Résistivité électrique :	r_{cu}	= 21,983 Ω.mm ² /km à 90°C
Conductivité thermique :	λ	= 384 W/(m.K)
Capacité thermique massique :	Cth	= 0,394 kJ/(kg.K)
Coefficient de dilatation :	α	= 16,5.10 ⁻⁶ 1/K
Température de fusion :	Tf	= 1083°C

Aluminium :

Masse volumique :	ρ	= 2,6 kg/dm ³
Résistivité électrique :	r_{al}	= 36,232 Ω.mm ² /km à 90°C
Conductivité thermique :	λ	= 204 W/(m.K)
Capacité thermique massique :	Cth	= 0,879 kJ/(kg.K)
Coefficient de dilatation :	α	= 23,8.10 ⁻⁶ 1/K
Température de fusion :	Tf	= 658°C

L'inductance des lignes et des câbles électriques

Calcul du champ d'induction magnétique

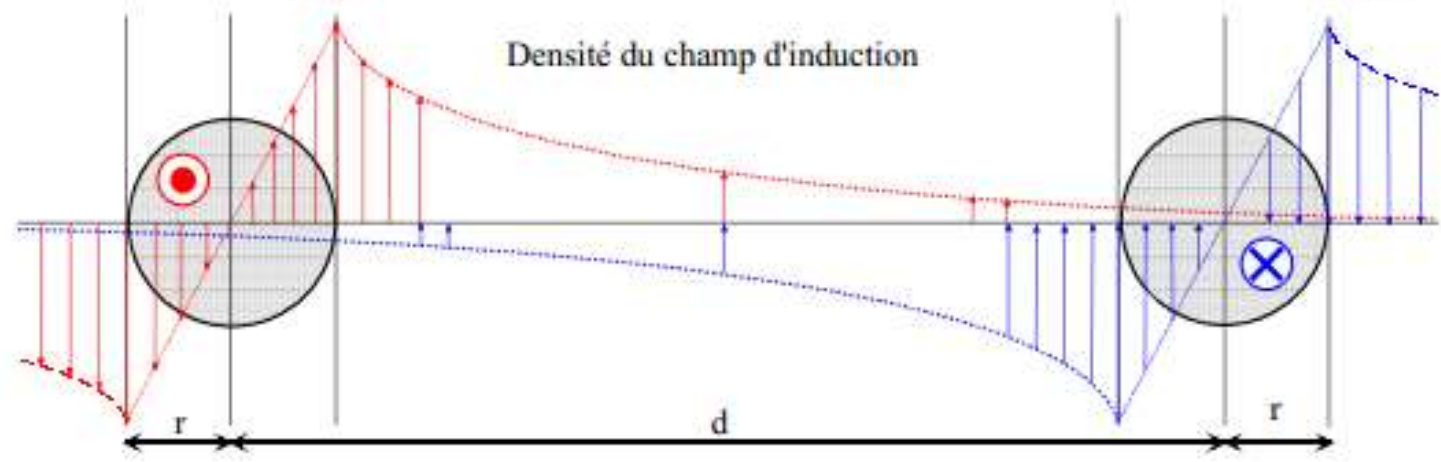
Théorème d'Ampère : $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum i$

Le champ d'induction à l'intérieur du conducteur :

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \cdot \frac{x}{2\pi \cdot r^2} I$$

Le champ d'induction à l'extérieur du conducteur :

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot x}$$



Le flux entre les deux conducteurs :

$$\Phi = \int_r^d B(x) \cdot dx = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

Les énergies électromagnétiques :

$$W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \Phi$$

$$W_{\text{ext}} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{4\pi} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

$$W_{\text{int}} = \frac{\mu_0}{16\pi} I^2$$

L'énergie électromagnétique totale :

$$W_{\text{totale}} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{d}{r}\right) \right) = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

L'inductance des lignes et des câbles électriques

L'inductance totale du circuit : $L_{\text{totale}} = \frac{\mu_0}{\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{d}{r}\right) \right)$

$$L_{\text{totale}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{1}{r}\right) \right) + \left(\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{1}{r}\right) \right) - 2 \cdot \ln\left(\frac{1}{d}\right) \right]$$

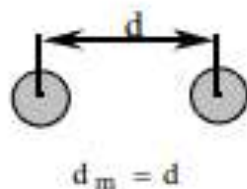
$$L_1 = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \left(\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{1}{r}\right) \right)$$

$$L_2 = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \left(\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{1}{r}\right) \right)$$

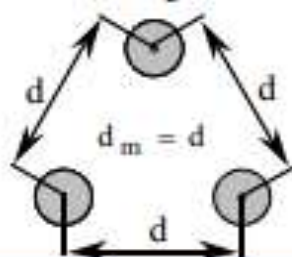
$$M_{12} = \frac{-\mu_0}{2 \cdot \pi} \left(2 \cdot \ln\left(\frac{1}{d}\right) \right)$$

Cas pratiques :

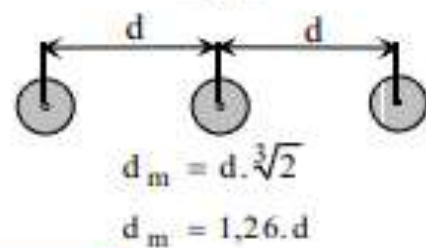
Liaison Monophasée



Liaison Triphasée en triangle



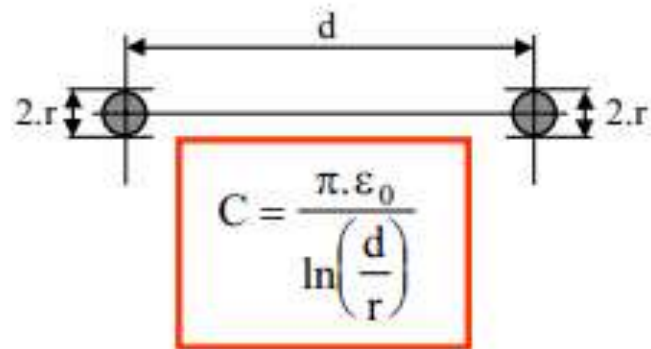
Liaison Triphasée en nappe



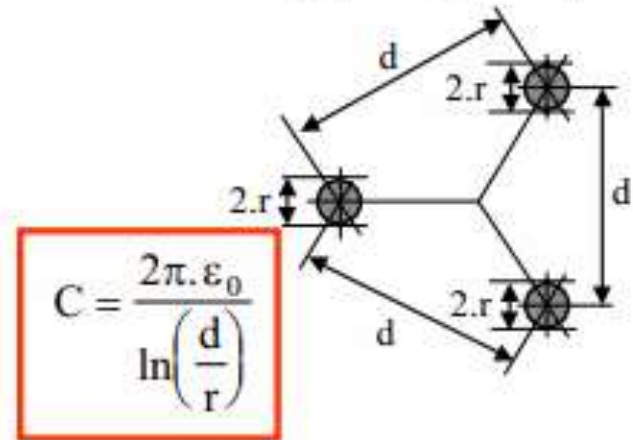
$$L = \left[0,05 + \ln\left(\frac{d_m}{r}\right) \right] \text{ en } \mu\text{H/m}$$

La capacité des lignes et des câbles électriques

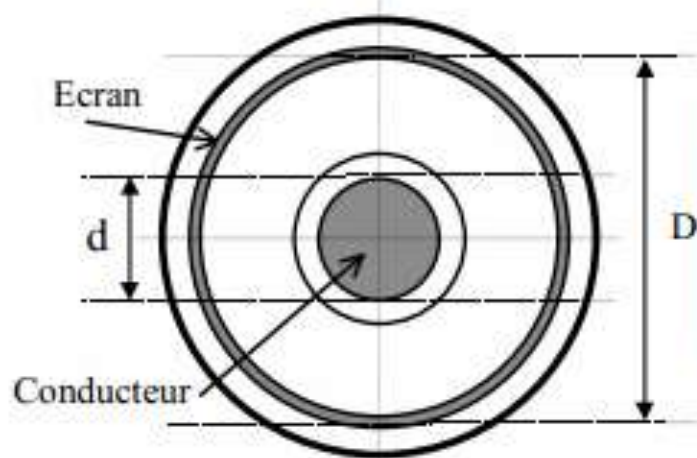
Ligne monophasée



Ligne triphasée



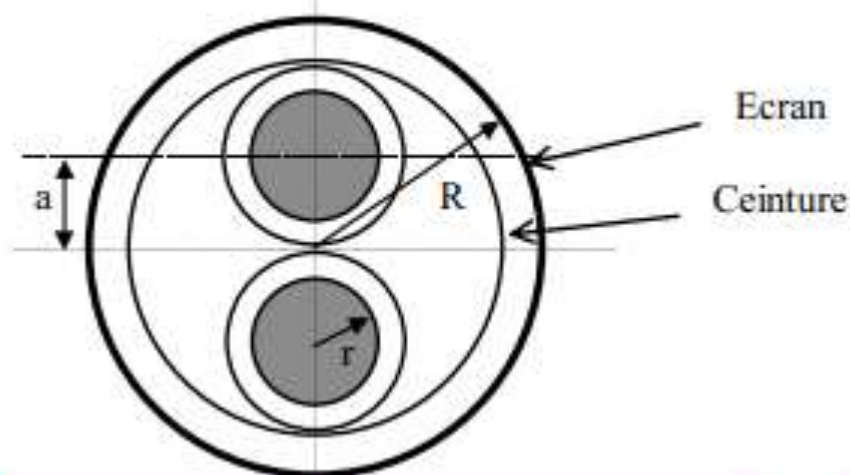
Câble monopolaire



$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{18 \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)} \text{ En } \mu\text{F/km}$$

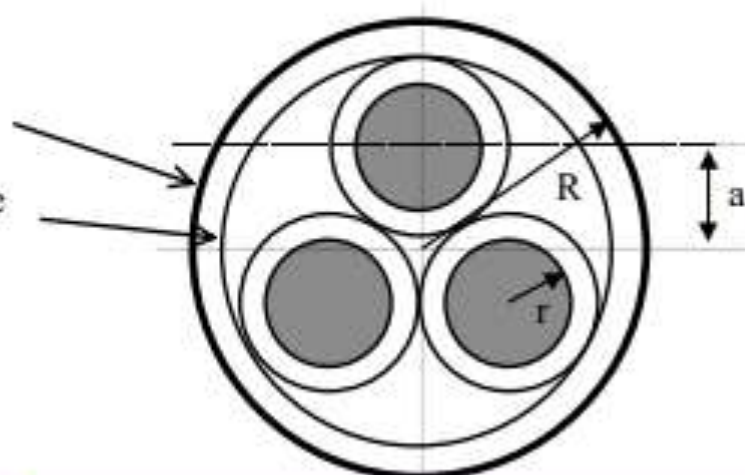
La capacité des lignes et des câbles électriques

Câble à deux conducteurs



$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{36 \cdot \ln \left(\frac{2a}{r} \cdot \frac{(R^2 - a^2)}{(R^2 + a^2)} \right)} \text{ En } \mu\text{F/km}$$

Câble à trois conducteurs



$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{9 \cdot \ln \left(\frac{3a^2}{r^2} \cdot \frac{(R^2 - a^2)^3}{(R^6 + a^6)} \right)} \text{ En } \mu\text{F/km}$$

Ligne transposée

Le modèle unifilaire d'une ligne de transport est exigé dans la plupart des analyses des réseaux. Pour avoir une bonne symétrie et obtenir un modèle unifilaire, il est nécessaire de faire la transposition. Si les conducteurs des phases sont transposés, une distance moyenne GMD (*geometrical mean distance*) remplacera la distance D , et le calcul de l'inductance sera le même que celui de l'arrangement symétrique. Dans un système transposé, chaque phase occupe l'emplacement des autres deux phases pour un tiers de la longueur totale de la ligne comme montré dans la figure.

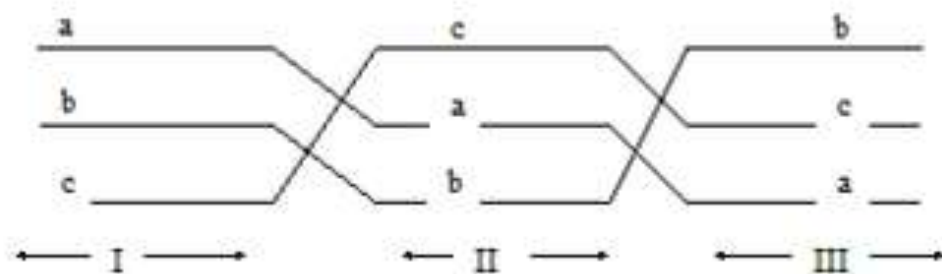
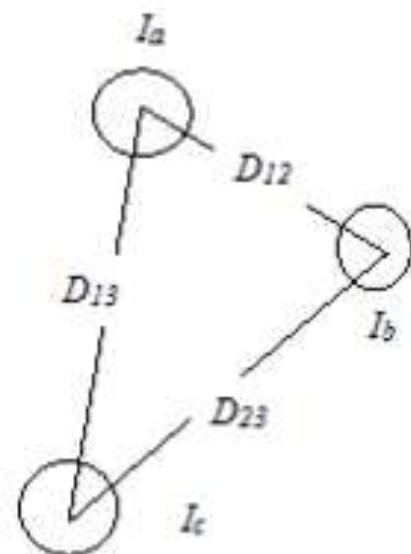


Fig. Ligne triphasée transposée



Dans une ligne transposée, chaque phase occupe les trois positions dans une ligne, l'inductance par phase peut être obtenue en calculant la valeur moyenne :

$$L = \frac{L_a + L_b + L_c}{3}$$

$$L = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{3} \left(3 \ln \frac{1}{r} - \ln \frac{1}{D_{12}} - \ln \frac{1}{D_{23}} - \ln \frac{1}{D_{13}} \right)$$

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r} - \ln \frac{1}{(D_{12} D_{13} D_{23})^{\frac{1}{3}}} \right)$$

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{(D_{12} D_{13} D_{23})^{\frac{1}{3}}}{r}$$

L'inductance par phase par kilomètre est :

$$L = 0.2 \ln \frac{\mathbf{GMD}}{D_s} \text{ mH/km}$$

Avec :

$$\mathbf{GMD} = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}} \quad D_s = r e^{-\frac{1}{4}}$$

C'est encore la même forme que l'expression de l'inductance d'une ligne monophasée. Le GMD (distance géométrique moyenne) est la distance équivalente entre les conducteurs

de la ligne. Pour la ligne triphasée ci-dessus le GMD est la racine cubique du produit des trois distances qui séparent les conducteurs de la ligne triphasé.

De la même manière, la capacité de la ligne phase-neutre est :

$$C = \frac{0.0556}{\ln \frac{\text{GMD}}{r}} \quad \mu\text{F}/\text{km}$$

Dans les lignes de transport modernes, la transposition n'est pas généralement employée. Cependant, et pour des buts de modélisation, il est plus pratique de traiter le circuit comme étant un circuit transposé. L'erreur introduite en raison de cette supposition est très petite.

Exercice 1 :

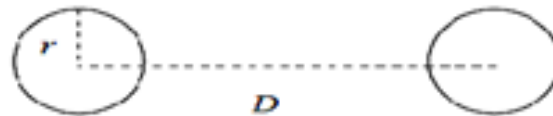
On veut concevoir une ligne de transport triphasée pour délivrer **190,5 MVA** à **220 kV** (entre phase), d'une longueur **63 km**. Les pertes actives dans la ligne ne doivent pas dépasser les **2,5 %** de la puissance apparente nominale à délivrer. Si la résistivité de matériau du conducteur qu'on veut utiliser est de **$2,84 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$** , déterminer :

- 1) Le courant par phase que cette ligne doit transporter en A ;
- 2) La résistance par phase en Ω ;
- 3) La section du câble en mm^2 .

Exercice 2 :

Une ligne monophasée d'alimentation des TGV de longueur **35 km** se compose de deux conducteurs solides, chacun d'eux à un diamètre de **0,9 cm**, l'espace entre les conducteurs est **2,5m**.

- 1) Quelle est la valeur de l'inductance par conducteur ?



Circuits triphasés déséquilibrés

Circuits triphasés déséquilibrés

Il existe trois types de circuits triphasés déséquilibrés :

1. Charge déséquilibrée : Il peut exister un court-circuit dans la charge, ou une mauvaise répartition des charges monophasées sur le réseau 3ϕ .
2. Source déséquilibrée : Court-circuit à la source ou dans un transformateur.
3. Combinaison de source et charge déséquilibrées.

De façon pratique, on retrouve des charges déséquilibrées plus souvent que des sources déséquilibrées. On conçoit les sources pour qu'elles soient le plus équilibrées possible.

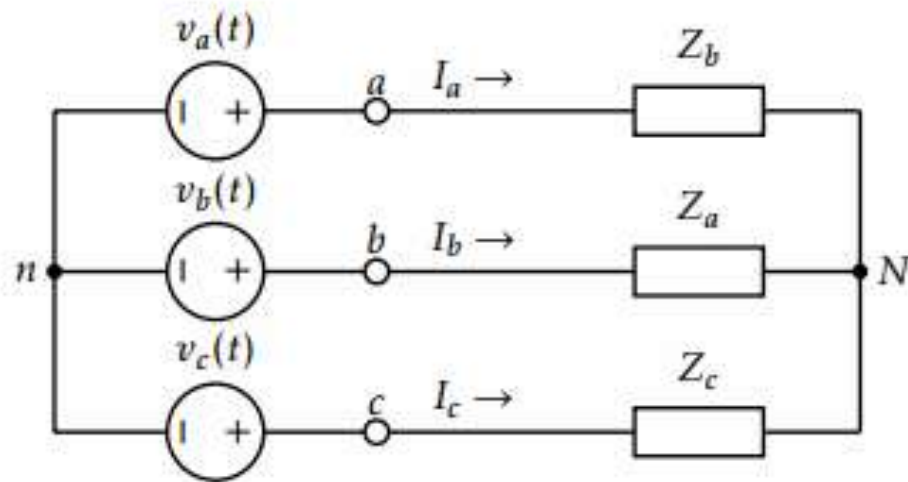
On peut utiliser l'une de deux méthodes d'étude pour résoudre ces circuits :

1. Utilisation des lois relatives aux circuits électriques (mailles, noeuds, etc..)
2. Méthodes des composantes symétriques.

Lois des circuits

On commence l'analyse en utilisant un circuit simple. Dans le premier cas, on prend un circuit sans neutre, comme à la figure .

Dans ce cas, $V_N - V_n \neq 0$.



Circuit triphasée en connection Y-Y sans neutre

En pratique, on connaît les tensions V_a , V_b , et V_c ainsi que les impédances Z_a , Z_b , et Z_c . On veut calculer les courants I_a , I_b et I_c . Il faut trois équations pour trouver ces trois inconnues.

dans la maille supérieure :

$$\begin{aligned} -\mathbf{V}_a + Z_a \mathbf{I}_a - Z_b \mathbf{I}_b + \mathbf{V}_b &= 0 \\ Z_a \mathbf{I}_a - Z_b \mathbf{I}_b &= \mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b \end{aligned}$$

dans la maille inférieure :

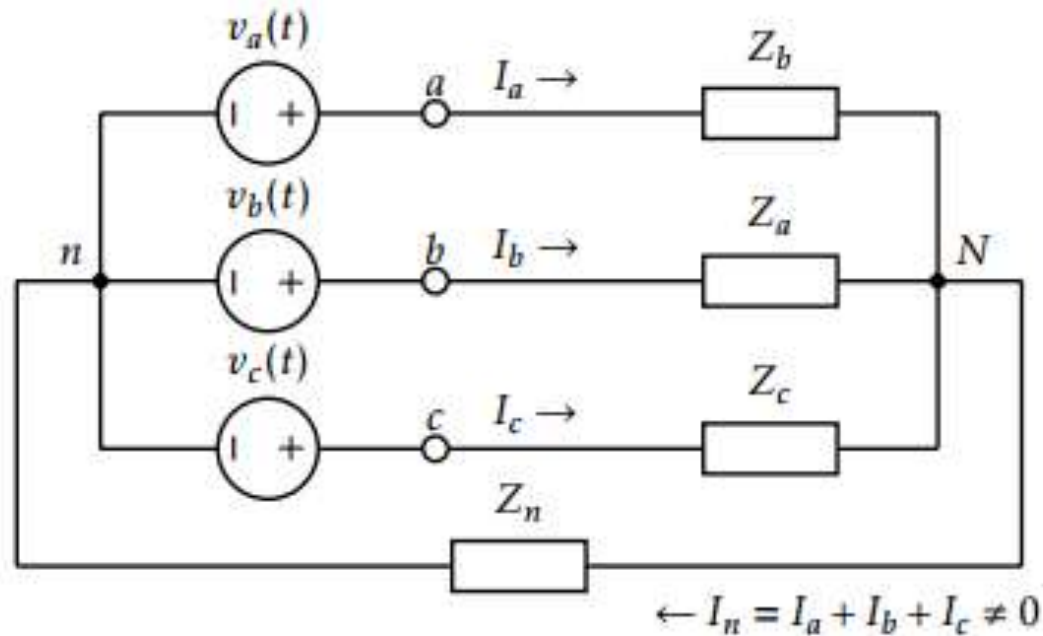
$$\begin{aligned} -\mathbf{V}_b + Z_b \mathbf{I}_b - Z_c \mathbf{I}_c + \mathbf{V}_c &= 0 \\ Z_b \mathbf{I}_b - Z_c \mathbf{I}_c &= \mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c \end{aligned}$$

au noeud N : $\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c = 0$, puis on résout le système d'équations pour obtenir :

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_a &= \frac{(\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b)Z_c + (\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_c)Z_b}{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a} \\ \mathbf{I}_b &= \frac{(\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_c)Z_a - (\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b)(Z_a + Z_c)}{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a} \\ \mathbf{I}_c &= -(\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b) \end{aligned}$$

Il est donc possible de trouver les courants à l'aide des méthodes classiques.

On reprend les calculs, mais cette fois dans un circuit triphasé avec le neutre



Circuit triphasée en connection Y-Y sans neutre

En pratique, on connaît les tensions V_a , V_b , et V_c ainsi que les impédances Z_a , Z_b , Z_c et Z_n . On veut calculer I_a , I_b et I_c . On obtient l'équation suivante si on prend la phase a :

$$\mathbf{V}_a = Z_a \mathbf{I}_a + \mathbf{V}_{nN}$$

qu'on peut manipuler pour obtenir l'équation du courant :

$$\mathbf{I}_a = \frac{\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_{nN}}{Z_a}$$

De même,

$$\mathbf{I}_b = \frac{\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_{nN}}{Z_b}$$

$$\mathbf{I}_c = \frac{\mathbf{V}_c - \mathbf{V}_{nN}}{Z_c}$$

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c$$

On peut combiner ces équations pour obtenir :

$$\frac{\mathbf{V}_{nN}}{Z_n} = \frac{\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_{nN}}{Z_a} + \frac{\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_{nN}}{Z_b} + \frac{\mathbf{V}_c - \mathbf{V}_{nN}}{Z_c}$$

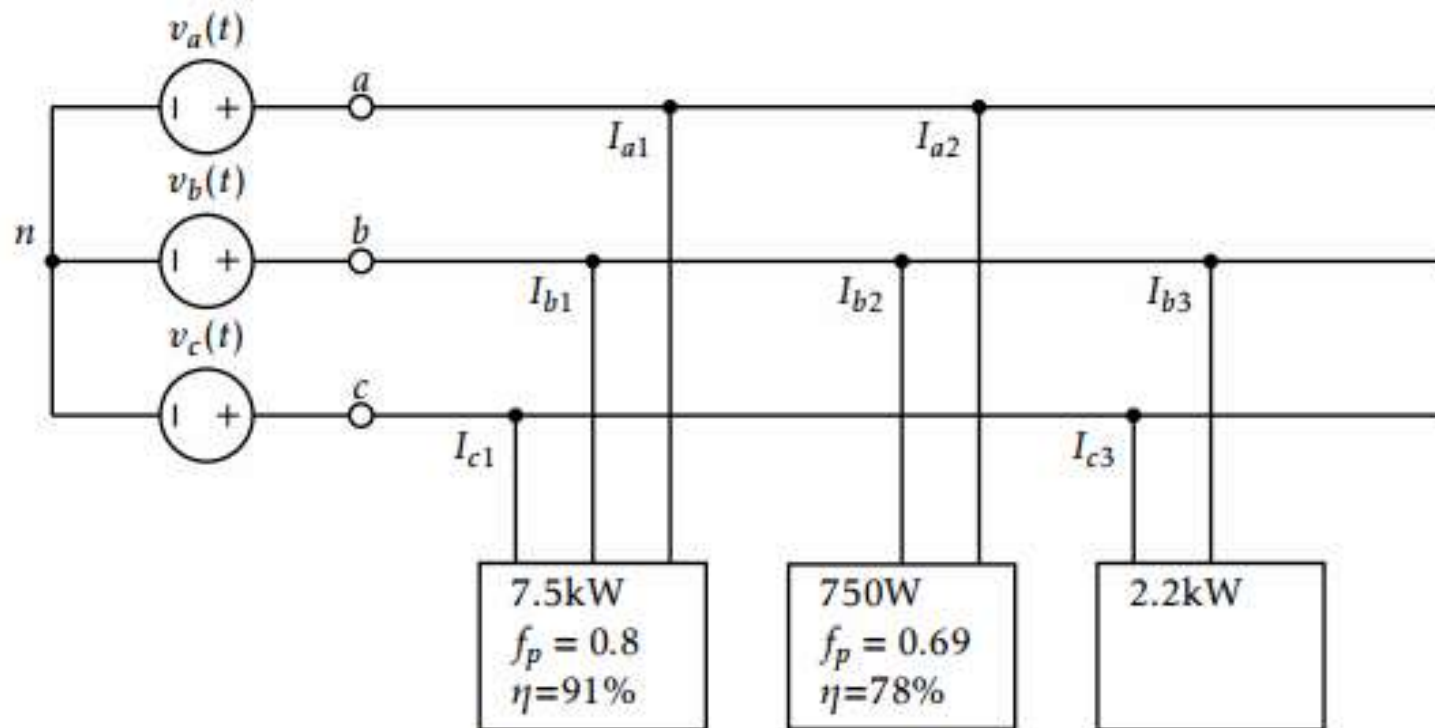
Ce qui donne :

$$\mathbf{V}_{nN} = \left(\frac{\mathbf{V}_a}{Z_a} + \frac{\mathbf{V}_b}{Z_b} + \frac{\mathbf{V}_c}{Z_c} \right) \left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_N} \right)^{-1}$$

De même, on peut résoudre ce genre de circuit par des méthodes classiques.

Exemple d'application

Soit le circuit triphasé suivant, avec trois charges différentes : 1 moteur triphasé, 1 moteur monophasé, et 1 radiateur monophasé.



La référence est $V_a = 127 \angle 0^\circ \text{V}$. Quels sont les courants I_a , I_b et I_c ?

Opération sur des phaseurs

Addition ou soustraction

On doit transformer des phaseurs en forme complexe avant de faire l'addition ou la soustraction.

Additionner les deux phaseurs $Y_1 = 20\angle(-30^\circ)$ et $Y_2 = 40\angle(60^\circ)$.

Multiplication

Pour la multiplication, on multiplie les amplitudes et on additionne les phases.

Multiplier les deux phaseurs $Y_1 = 20\angle(-30^\circ)$ et $Y_2 = 40\angle(60^\circ)$.

Division

Pour la division, on divise les amplitudes et on soustrait les phases.

Diviser les deux phaseurs $Y_1 = 20\angle(-30^\circ)$ et $Y_2 = 40\angle(60^\circ)$.

Opération sur des phaseurs

$$\mathbf{Y}_1 = 20\angle(-30^\circ) \text{ et } \mathbf{Y}_2 = 40\angle(60^\circ).$$

On transforme :

$$\mathbf{Y}_1 = 20 \cos(-30^\circ) + j20 \sin(-30^\circ) = 17.32 - j10$$

$$\mathbf{Y}_2 = 40 \cos(60^\circ) + j40 \sin(60^\circ) = 20 + j34.64$$

La somme est :

$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 = 37.32 + j24.64$$

En on retourne sous la forme polaire :

$$\mathbf{Y}_T = \sqrt{37.32^2 + 24.64^2} \angle \tan^{-1} \left(\frac{24.64}{37.32} \right) = 44.72 \angle (33.43^\circ)$$

$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_1 \cdot \mathbf{Y}_2 = (20)(40) \angle (-30^\circ + 60^\circ) = 800 \angle (30^\circ)$$

$$\mathbf{Y}_T = \frac{\mathbf{Y}_1}{\mathbf{Y}_2} = \frac{20}{40} \angle (-30 - 60) = 0.5 \angle (-90^\circ)$$

Moteur 3ϕ :

$$V_{an} \rightarrow \text{référence de phase} = 127 \angle 0^\circ$$

$$P = VI \cos \phi \Rightarrow I = \frac{P/\eta}{3V \cos \phi} = 27.06 \text{ A}$$

$$\phi = \arccos(0.8) = 36.87^\circ$$

On trouve donc que le courant est :

$$\mathbf{I}_{a1} = 27 \angle (-37^\circ) \text{ A}, \quad \mathbf{I}_{b1} = 27 \angle (-157^\circ) \text{ A}, \quad \mathbf{I}_{c1} = 27 \angle (+83^\circ) \text{ A}$$

Moteur 1ϕ :

$$I_{ab} = \frac{P/\eta}{V_1 \cos \phi} = 6.34 \text{ A}$$

$$\phi = \arccos(0.69) = 46.4^\circ$$

$$\mathbf{I}_{ab} = 6.34 \angle (-46.4^\circ)$$

On trouve donc que le courant est :

$$\mathbf{I}_{a2} = 6.34\angle(-16.4^\circ), \quad \mathbf{I}_{b2} = -\mathbf{I}_{a2} = 6.34\angle(163.6^\circ), \quad \mathbf{I}_{c2} = 0$$

Radiateur 1 ϕ :

$$P = V_l I \Rightarrow I = \frac{P}{V_{bc}} = \frac{2200}{\sqrt{3} \cdot 127} = 10 \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{b3} = 10\angle(-90^\circ + 0^\circ) = -j10 = -\mathbf{I}_{c3}$$

Puisque la tension V_{bc} est déphasée de -90° par rapport à la tension de référence, il faut tenir compte de ce déphasage dans le calcul de la phase du courant.

Donc, si on somme les courants :

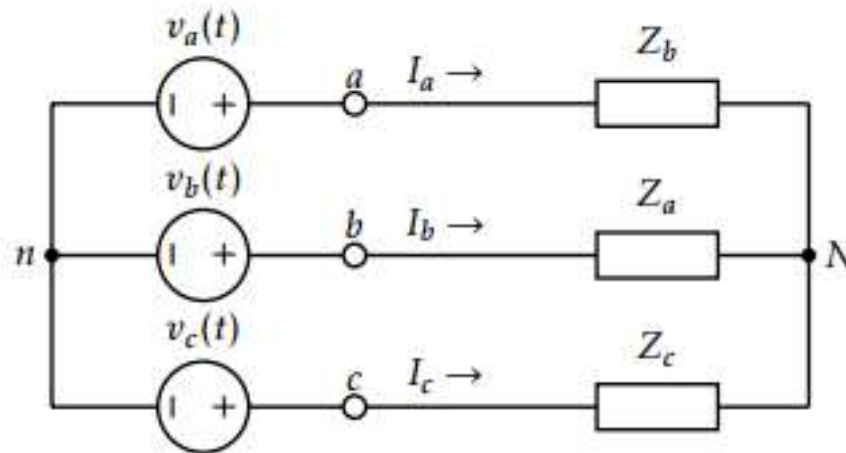
$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_{a1} + \mathbf{I}_{a2} = 27\angle(-37^\circ) + 6.34\angle(-16.4^\circ) = 33\angle(-33^\circ) \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_{b1} + \mathbf{I}_{b2} + \mathbf{I}_{b3} = 27\angle(-157^\circ) + 6.34\angle(164^\circ) - j10 = 36\angle(-149^\circ) \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_c = \mathbf{I}_{c1} + \mathbf{I}_{c3} = 27\angle(83^\circ) + j10 = 37\angle(85^\circ) \text{ A}$$

Lois des circuits

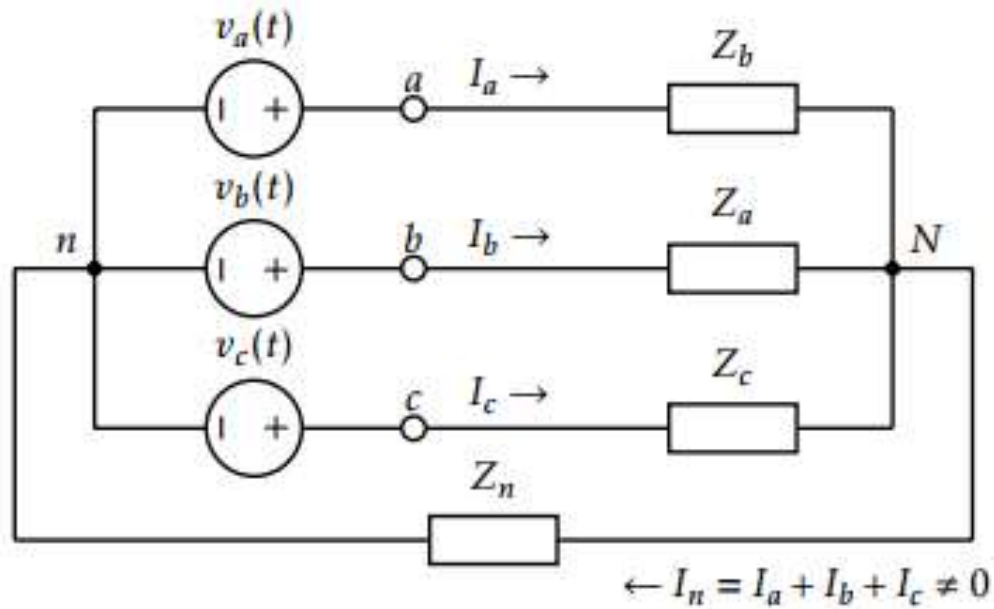
On commence l'analyse en utilisant un circuit simple. Dans le premier cas, on prend un circuit sans neutre, comme à la figure . Dans ce cas, $\mathbf{V}_N - \mathbf{V}_n \neq 0$.



Circuit triphasée en connection Y-Y sans neutre

En pratique, on connaît les tensions \mathbf{V}_a , \mathbf{V}_b , et \mathbf{V}_c ainsi que les impédances Z_a , Z_b , et Z_c . On veut calculer les courants \mathbf{I}_a , \mathbf{I}_b et \mathbf{I}_c . Il faut trois équations pour trouver ces trois inconnues.

On reprend les calculs, mais cette fois dans un circuit triphasé avec le neutre

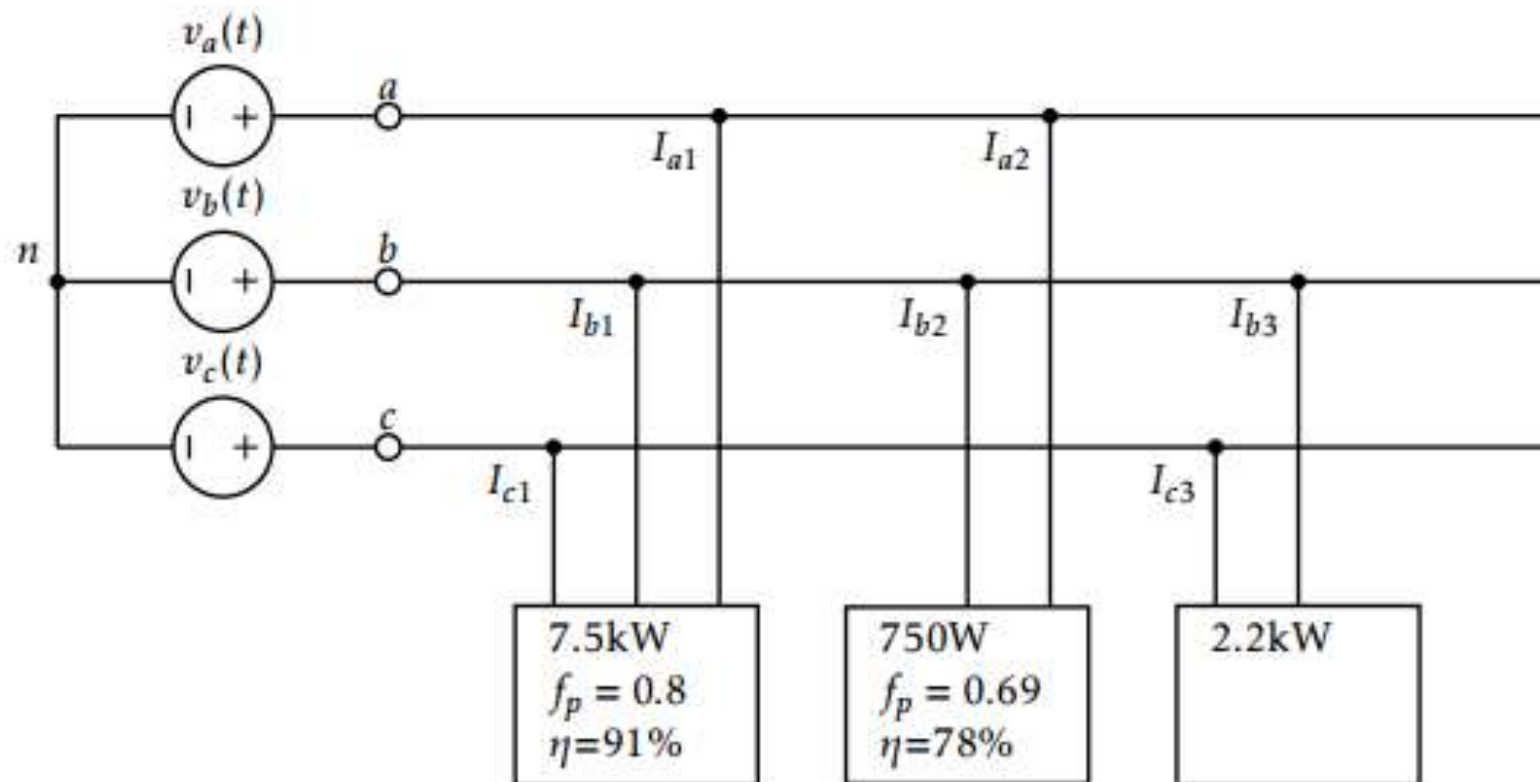


Circuit triphasée en connection Y-Y sans neutre

En pratique, on connaît les tensions V_a , V_b , et V_c ainsi que les impédances Z_a , Z_b , Z_c et Z_n . On veut calculer I_a , I_b et I_c . On obtient l'équation suivante si on prend la phase a :

EXEMPLE 1

Soit le circuit triphasé suivant, avec trois charges différentes : 1 moteur triphasé, 1 moteur monophasé, et 1 radiateur monophasé.



La référence est $V_a = 127 \angle 0^\circ \text{V}$. Quels sont les courants I_a , I_b et I_c ?

Moteur 3 ϕ :

$$V_{an} \rightarrow \text{référence de phase} = 127 \angle 0^\circ$$

$$P = VI \cos \phi \Rightarrow I = \frac{P/\eta}{3V \cos \phi} = 27.06 \text{ A}$$

$$\phi = \arccos(0.8) = 36.87^\circ$$

On trouve donc que le courant est :

$$\mathbf{I}_{a1} = 27 \angle (-37^\circ) \text{ A}, \quad \mathbf{I}_{b1} = 27 \angle (-157^\circ) \text{ A}, \quad \mathbf{I}_{c1} = 27 \angle (+83^\circ) \text{ A}$$

Moteur 1 ϕ :

$$I_{ab} = \frac{P/\eta}{V_l \cos \phi} = 6.34 \text{ A}$$

$$\phi = \arccos(0.69) = 46.4^\circ$$

$$\mathbf{I}_{ab} = 6.34 \angle (-46.4^\circ)$$

On trouve donc que le courant est :

$$\mathbf{I}_{a2} = 6.34\angle(-16.4^\circ), \quad \mathbf{I}_{b2} = -\mathbf{I}_{a2} = 6.34\angle(163.6^\circ), \quad \mathbf{I}_{c2} = 0$$

Radiateur 1ϕ :

$$P = V_l I \Rightarrow I = \frac{P}{V_{bc}} = \frac{2200}{\sqrt{3} \cdot 127} = 10 \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{b3} = 10\angle(-90^\circ + 0^\circ) = -j10 = -\mathbf{I}_{c3}$$

Puisque la tension V_{bc} est déphasée de -90° par rapport à la tension de référence, il faut tenir compte de ce déphasage dans le calcul de la phase du courant.

Donc, si on somme les courants :

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_{a1} + \mathbf{I}_{a2} = 27\angle(-37^\circ) + 6.34\angle(-16.4^\circ) = 33\angle(-33^\circ) \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_{b1} + \mathbf{I}_{b2} + \mathbf{I}_{b3} = 27\angle(-157^\circ) + 6.34\angle(164^\circ) - j10 = 36\angle(-149^\circ) \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_c = \mathbf{I}_{c1} + \mathbf{I}_{c3} = 27\angle(83^\circ) + j10 = 37\angle(85^\circ) \text{ A}$$

Composantes symétriques

On commence la présentation des composantes symétriques par un développement général de la rotation vectorielle.

Rotation vectorielle

Soit deux vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 .

$$\vec{V}_1 \xrightarrow{R_\theta} \vec{V}_2$$

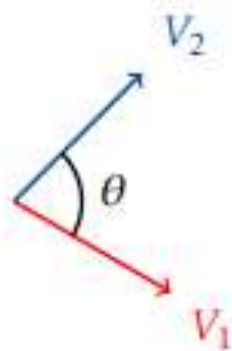
R_θ est la rotation vectorielle d'angle θ ,

\vec{V}_2 est l'image de \vec{V}_1 par R_θ .

$$\vec{V}_2 = R_\theta(\vec{V}_1)$$

Propriétés : $\|\vec{V}_2\| = \|\vec{V}_1\|$; $\widehat{(\vec{V}_1, \vec{V}_2)} = \theta$.

\vec{V}_1 a des coordonnées (x_1, y_1) , et \vec{V}_2 a des coordonnées (x_2, y_2) .



Rotation vectorielle

Représentation Complexe

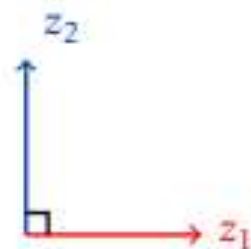
- V_1 c'est l'affiche complexe de $\vec{V}_1 = x_1 + jy_1$.
- V_2 c'est l'affiche complexe de $\vec{V}_2 = x_2 + jy_2$.

Une rotation de R_θ dans le plan complexe, c'est l'opérateur $e^{j\theta}$.

$$R_\theta \longrightarrow e^{j\theta}$$

$$V_2 = e^{j\theta} V_1$$

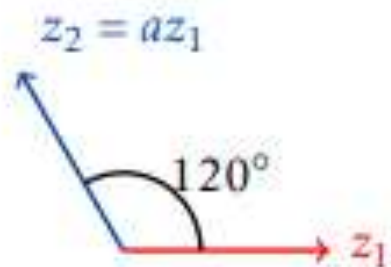
L'opérateur j est une rotation d'angle de 90° : $j = e^{j90^\circ}$



Opérateur complexe j

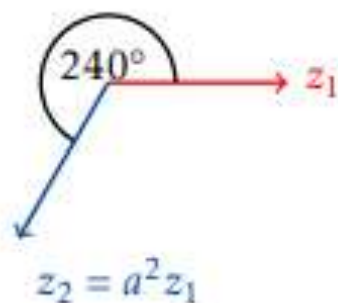
On va définir un nouvel opérateur : l'opérateur a , où $a =$ rotation d'angle de 120° .

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$



Opérateur complexe a

$$a^2 = (e^{j120})^2 = e^{j240} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = a^*$$



Opérateur complexe a^2

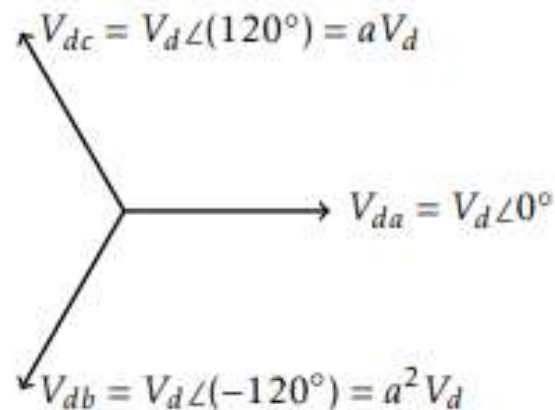
THÉORÈME

Tout système triphasé déséquilibré peut être décomposé en une somme d'un système **direct**, d'un système **inverse** et d'un système **homopolaire**.

a. Système direct

Le système direct est un système triphasé équilibré de séquence directe (abc),

$$\text{système direct} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_{da} \\ V_{db} \\ V_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_d \\ a^2 V_d \\ a V_d \end{bmatrix}$$

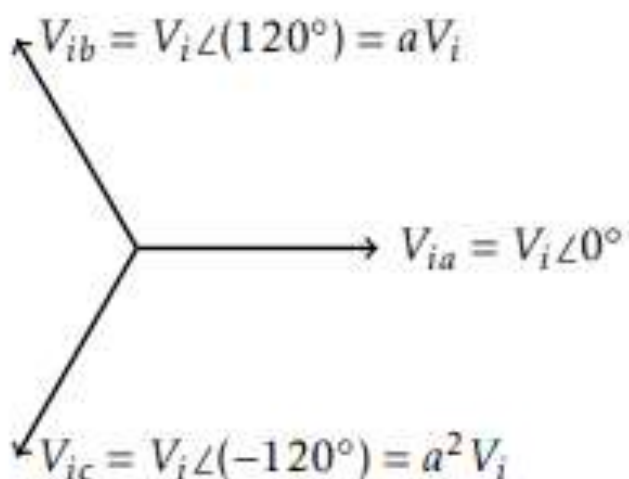


Séquence directe

b. Système inverse

Le système inverse est un système triphasé équilibré de séquence inverse (acb),

$$\text{système inverse} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i \\ aV_i \\ a^2V_i \end{bmatrix}$$



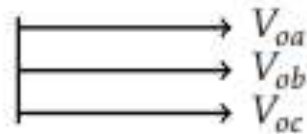
Séquence inverse

c. Système homopolaire

Le système homopolaire est un système triphasé où les tensions sont égales,

$$\text{système homopolaire} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_{oa} \\ V_{ob} \\ V_{oc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} V_o$$

Dans ce cas, $V_{oa} = V_{ob} = V_{oc} = V_o$.



Séquence homopolaire

On combine alors les trois systèmes (direct, inverse, homopolaire) pour obtenir un système complet :

Soit $\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$ un système triphasé déséquilibré,

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} V_d + \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix} V_i + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} V_o$$

Représentation matricielle

On peut simplifier la représentation du système :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix}$$

Le calcul des tensions des systèmes se fait à l'aide de la matrice M inverse :

$$M^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix} = [M^{-1}] \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

Composantes symétriques de courant

Soit un système triphasé déséquilibré avec des courants : $\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$

On obtient les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix} = [M^{-1}] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Remarque : Le courant homopolaire est :

$$I_o = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c)$$

- Dans une charge triphasée quelconque sans neutre, le courant homopolaire $I_o = 0$.
- Dans une charge triphasée équilibrée avec neutre, $I_o = 0$.

Composantes symétriques et impédances

Soit un système triphasé déséquilibré avec des impédances : $\begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix}$

On obtient les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} Z_d \\ Z_i \\ Z_o \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} Z_d \\ Z_i \\ Z_o \end{bmatrix} = [M^{-1}] \begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix}$$

Remarque : Dans une charge triphasée équilibrée, $Z_a = Z_b = Z_c = Z$, et alors

$$Z_d = \frac{1}{3}(1 + a + a^2)Z = 0$$

$$Z_i = \frac{1}{3}(1 + a^2 + a)Z = 0$$

$$Z_o = \frac{1}{3}(1 + 1 + 1)Z = Z$$

Composantes symétriques et tensions ligne-ligne

Pour la composante du système direct :

$$\begin{aligned} \text{composante de phase : } & V_{da} = V_d \angle 0 \\ \text{composante ligne-ligne : } & V_{d_{l,ab}} = V_d \sqrt{3} \angle (30^\circ) \\ & V_{d_{l,bc}} = V_d \sqrt{3} \angle (-90^\circ) \\ & V_{d_{l,ca}} = V_d \sqrt{3} \angle (150^\circ) \end{aligned}$$

Pour la composante du système inverse :

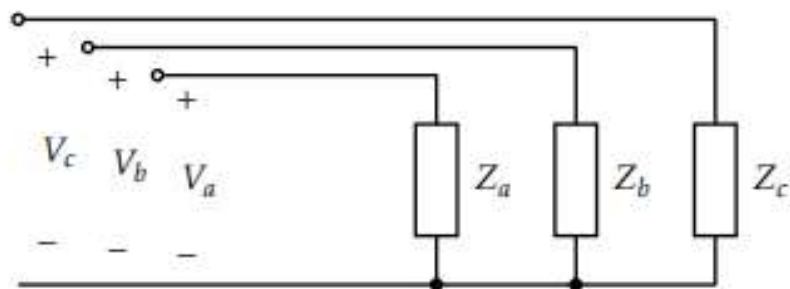
$$\begin{aligned} \text{composante de phase : } & V_{ia} = V_i \angle 0 \\ \text{composante ligne-ligne : } & V_{i_{l,ab}} = V_i \sqrt{3} \angle (-30^\circ) \\ & V_{i_{l,bc}} = V_i \sqrt{3} \angle (+90^\circ) \\ & V_{i_{l,ca}} = V_i \sqrt{3} \angle (-150^\circ) \end{aligned}$$

Pour la composante homopolaire :

$$V_{ol} = \frac{1}{3}(V_{l,ab} + V_{l,bc} + V_{l,ca}) = 0$$

Loi d'Ohm dans le domaine d-i-o

Soit une charge triphasée quelconque,



Composantes symétriques et loi d'Ohm

On peut écrire les tensions dans une matrice :

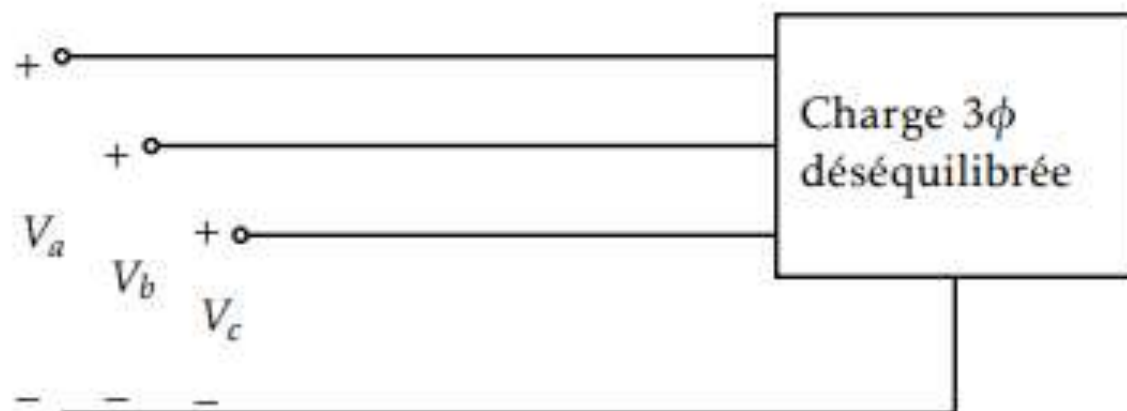
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{V}_{abc} = [Z_{abc}] \vec{I}_{abc}$$

On peut relier les tensions et courants des trois séquences (directe, inverse et homopolaire) par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} Z_o & Z_i & Z_d \\ Z_d & Z_o & Z_i \\ Z_i & Z_d & Z_o \end{bmatrix}}_{Z_{dio}} \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix}$$

Calcul de puissance

Soit une charge triphasée quelconque,



La puissance apparente totale est la somme des puissances sur chaque phase :

$$S = \mathbf{V}_a \mathbf{I}_a^* + \mathbf{V}_b \mathbf{I}_b^* + \mathbf{V}_c \mathbf{I}_c^*$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_a & \mathbf{V}_b & \mathbf{V}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a^* \\ \mathbf{I}_b^* \\ \mathbf{I}_c^* \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_a \\ \mathbf{V}_b \\ \mathbf{V}_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a^* \\ \mathbf{I}_b^* \\ \mathbf{I}_c^* \end{bmatrix}$$

En fonction des composantes symétriques, la tension est :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_a \\ \mathbf{V}_b \\ \mathbf{V}_c \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix}$$

Pour obtenir la transposée :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_a \\ \mathbf{V}_b \\ \mathbf{V}_c \end{bmatrix}^T = \left([M] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix} \right)^T = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix}^T [M]^T$$

Le courant, en fonction des composantes symétriques, est :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix}^* = [M]^* \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_i \\ \mathbf{I}_o \end{bmatrix}^*$$

On combine pour obtenir la puissance S :

$$S = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix}^T [M]^T [M]^* \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_i \\ \mathbf{I}_o \end{bmatrix}^*$$

Si on multiplie les deux matrices $M^T \cdot M^*$:

$$[M]^T [M]^* = \begin{bmatrix} 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ a^2 & a & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+a^3+a^3=3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Donc si on applique cette matrice :

$$S = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_i \\ \mathbf{I}_o \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3\mathbf{I}_d^* \\ 3\mathbf{I}_i^* \\ 3\mathbf{I}_o^* \end{bmatrix}$$
$$= 3\mathbf{V}_d \mathbf{I}_d^* + 3\mathbf{V}_i \mathbf{I}_i^* + 3\mathbf{V}_o \mathbf{I}_o^*$$

De la même façon que les circuits équilibrés,

$$P = \Re\{S\} \quad Q = \Im\{S\}$$

et

$$f_p = \frac{P}{|S|}$$

Mesure de la puissance dans un système déséquilibré

1. La méthode des 2 wattmètres est valide si le neutre n'est pas branché.
2. Si le neutre est branché, on utilise la méthode des 3 wattmètres.

EXEMPLE

On mesure des tensions et impédances dans un système triphasé de :

$$V_{ab} = 200 \angle 0^\circ \quad Z_{an} = 20 - j10 \, \Omega$$

$$V_{bc} = 173.2 \angle (210^\circ) \quad Z_{bn} = 30 + j10 \, \Omega$$

$$V_{ca} = 100 \angle (120^\circ) \quad Z_{cn} = 10 + j15 \, \Omega$$

Quelles sont les composantes de séquence directe, inverse et homopolaire des tensions de ligne, des impédances, des courants et des tensions de phase ? Quels sont les courants I_{an} , I_{bn} et I_{cn} pris par cette charge ? Quelles sont les tensions V_{an} , V_{bn} et V_{cn} aux bornes de cette charge ? Quelle est la séquence de phase ?

On peut obtenir les composantes de tensions en calculant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{ab} \\ \mathbf{V}_{bc} \\ \mathbf{V}_{ca} \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{dl} \\ \mathbf{V}_{il} \\ \mathbf{V}_{ol} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{dl} \\ \mathbf{V}_{il} \\ \mathbf{V}_{ol} \end{bmatrix} = [M^{-1}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{ab} \\ \mathbf{V}_{bc} \\ \mathbf{V}_{ca} \end{bmatrix}$$

Donc,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{dl} \\ \mathbf{V}_{il} \\ \mathbf{V}_{ol} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \angle 0^\circ \\ 173.2 \angle (210^\circ) \\ 100 \angle (120^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 152.7 \angle (-10.9^\circ) \\ 57.7 \angle (30^\circ) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tensions de phase ?

$$\mathbf{V}_{dl} = 152.7 \angle (-10.9^\circ) \Rightarrow \mathbf{V}_d = \frac{152.7 \angle (-10.9^\circ)}{\sqrt{3} \angle (30^\circ)} = 88.16 \angle (-40.9^\circ)$$

$$\mathbf{V}_{il} = 57.7 \angle (30^\circ) \Rightarrow \mathbf{V}_i = \frac{57.7 \angle (30^\circ)}{\sqrt{3} \angle (-30^\circ)} = 33.3 \angle (60^\circ)$$

$$\mathbf{V}_{ol} = 0 \Rightarrow \mathbf{V}_o = ?$$

Courant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix} = [Z_{dio}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_i \\ \mathbf{I}_o \end{bmatrix} \text{ où } [Z_{dio}] = \begin{bmatrix} Z_o & Z_i & Z_d \\ Z_d & Z_o & Z_i \\ Z_i & Z_d & Z_o \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_d \\ Z_i \\ Z_o \end{bmatrix} = [M^{-1}] \begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.25 \angle (-49.1^\circ) \\ 13.3 \angle (-96.1^\circ) \\ 20.6 \angle (14^\circ) \end{bmatrix}$$

Dans une charge sans le neutre, $\mathbf{I}_o = 0$. Donc on obtient les équations suivantes :

1. $\mathbf{V}_d = Z_o \mathbf{I}_d + Z_i \mathbf{I}_i = 88.16 \angle (-40.9^\circ)$
2. $\mathbf{V}_i = Z_d \mathbf{I}_d + Z_o \mathbf{I}_i = 33.33 \angle (60^\circ)$
3. $\mathbf{V}_o = Z_i \mathbf{I}_d + Z_d \mathbf{I}_i$

Selon l'équation 1 et 2, on trouve \mathbf{I}_d et \mathbf{I}_i :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_i \end{bmatrix} = [\mathbf{Z}]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\angle(-52^\circ) \\ 1.93\angle(49^\circ) \end{bmatrix}$$

Et maintenant, puisqu'on a trouvé \mathbf{I}_d et \mathbf{I}_i , on peut trouver \mathbf{V}_o :

$$\mathbf{V}_o = Z_i \mathbf{I}_d + Z_d \mathbf{I}_i = 37\angle(-145^\circ)$$

Donc,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_a \\ \mathbf{V}_b \\ \mathbf{V}_c \end{bmatrix} = [\mathbf{M}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72\angle(-43^\circ) \\ 155\angle(-161^\circ) \\ 37\angle(85^\circ) \end{bmatrix} \mathbf{V}$$

et le courant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} = [\mathbf{M}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_i \\ \mathbf{I}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.25\angle(-17^\circ) \\ 4.9\angle(-179^\circ) \\ 2\angle(29^\circ) \end{bmatrix} \text{ A}$$

Application 2

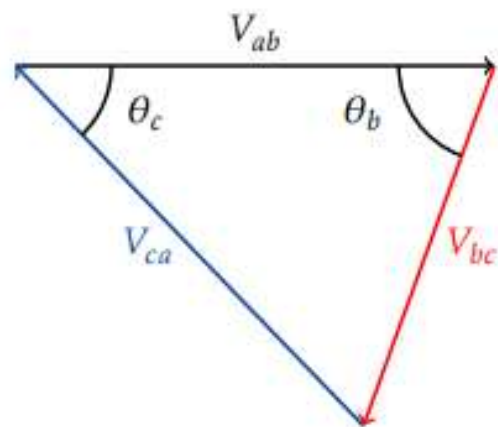
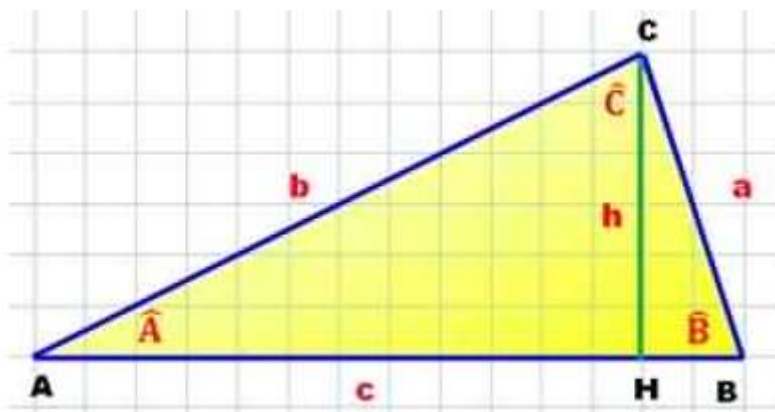
Les tensions de ligne aux bornes d'une charge en étoile sans fil neutre sont respectivement 200V, 160V et 209V pour V_{ab} , V_{bc} et V_{ca} . Les impédances de chacune des phases de la charge sont :

$$Z_{an} = 6 + j0 \Omega$$

$$Z_{bn} = 5.2 - j3 \Omega$$

$$Z_{cn} = 5 + j12 \Omega$$

Déterminer la tension aux bornes de chacune des trois impédances.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cdot \cos A$$

$$\cos A = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2 b \cdot c}$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 c \cdot a \cdot \cos B$$

$$\cos B = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2 c \cdot a}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a \cdot b \cdot \cos C$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 a \cdot b}$$

On prend V_{ab} comme référence de phase, donc avec un angle de 0° . Avec l'utilisation de relations trigonométriques, on peut trouver θ_b et θ_c .

$$\cos \theta_b = \frac{|V_{ab}|^2 + |V_{bc}|^2 - |V_{ca}|^2}{2|V_{ab}||V_{bc}|} \Rightarrow \theta_b = 69.97^\circ$$
$$\cos \theta_c = \frac{|V_{ab}|^2 + |V_{ca}|^2 - |V_{bc}|^2}{2|V_{ab}||V_{ca}|} \Rightarrow \theta_c = 45.99^\circ$$

Donc les tensions sont :

$$V_{ab} = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_{bc} = 160 \angle (-180^\circ + 69.97^\circ) = 160 \angle (-110^\circ) \text{ V}$$

$$V_{ca} = 209 \angle (+180^\circ - 45.99^\circ) = 209 \angle (134^\circ) \text{ V}$$

La première chose à trouver est la tension de ligne des trois séquences :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{dl} \\ \mathbf{V}_{il} \\ \mathbf{V}_{ol} \end{bmatrix} &= [M^{-1}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{ab} \\ \mathbf{V}_{bc} \\ \mathbf{V}_{ca} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \angle 0^\circ \\ 160 \angle (-110^\circ) \\ 209 \angle (134^\circ) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 186.79 + j26.12 \\ 13.18 - j26.11 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 188.3 \angle (8^\circ) \\ 29.3 \angle (-63.2^\circ) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Les tensions de phase sont trouvées avec les relations habituelles :

$$\mathbf{V}_{dl} = 188.6 \angle (30^\circ) \Rightarrow \mathbf{V}_d = \frac{188.6 \angle (8^\circ)}{\sqrt{3} \angle (30^\circ)} = 108.9 \angle (-22^\circ)$$

$$\mathbf{V}_{il} = 29.3 \angle (-63.2^\circ) \Rightarrow \mathbf{V}_i = \frac{29.3 \angle (-63.2^\circ)}{\sqrt{3} \angle (-30^\circ)} = 16.9 \angle (-33.2^\circ)$$

$$\mathbf{V}_{ol} = 0 \Rightarrow \mathbf{V}_o = ?$$

On trouve ensuite les impédances du système d-i-o :

$$\begin{bmatrix} Z_d \\ Z_i \\ Z_o \end{bmatrix} = [M^{-1}] \begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.85 \angle (-17.3^\circ) \\ 4.32 \angle (-158.9^\circ) \\ 6.18 \angle (29.1^\circ) \end{bmatrix}$$

On peut utiliser les équations de l'exemple 2 pour obtenir :

$$\mathbf{V}_d = Z_o \mathbf{I}_d + Z_i \mathbf{I}_i = 108.9 \angle (-22^\circ)$$

$$\mathbf{V}_i = Z_d \mathbf{I}_d + Z_o \mathbf{I}_i = 16.9 \angle (-33.2^\circ)$$

$$\mathbf{V}_o = Z_i \mathbf{I}_d + Z_d \mathbf{I}_i$$

Selon l'équation 1 et 2, on trouve I_d et I_i :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \mathbf{I}_i \end{bmatrix} = [Z]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_d \\ \mathbf{V}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \angle (-34.3^\circ) \\ 8.4 \angle (93^\circ) \end{bmatrix}$$

Et maintenant, puisqu'on a trouvé I_d et I_i , on peut trouver V_o :

$$\mathbf{V}_o = Z_i \mathbf{I}_d + Z_d \mathbf{I}_i = 72.1 \angle (-132.4^\circ) \text{ V}$$

Une charge triphasée déséquilibrée constituée par 3 impédances raccordées à une ligne THT de tension triphasée équilibrée d'ordre direct de $U=400\text{KV}$ entre phase. La charge déséquilibrée possède les caractéristiques suivantes :

- $Z_1 : P_1 = 20\text{MW} ; Q_1 = 18\text{MVAR} ;$ charge inductive
- $Z_2 : P_2 = 50\text{MW} ; Q_2 = -15\text{MVAR} ;$ charge capacitive
- $Z_3 : P_3 = 60\text{MW} ; Q_3 = 0 ;$ charge purement résistive

On prend la tension simple V_1 comme référence de phase $V_1 = U/\sqrt{3} \cdot e^{j0^\circ}$. Les impédances de la charge sont montées en étoile. Les paramètres linéiques sont négligeables.

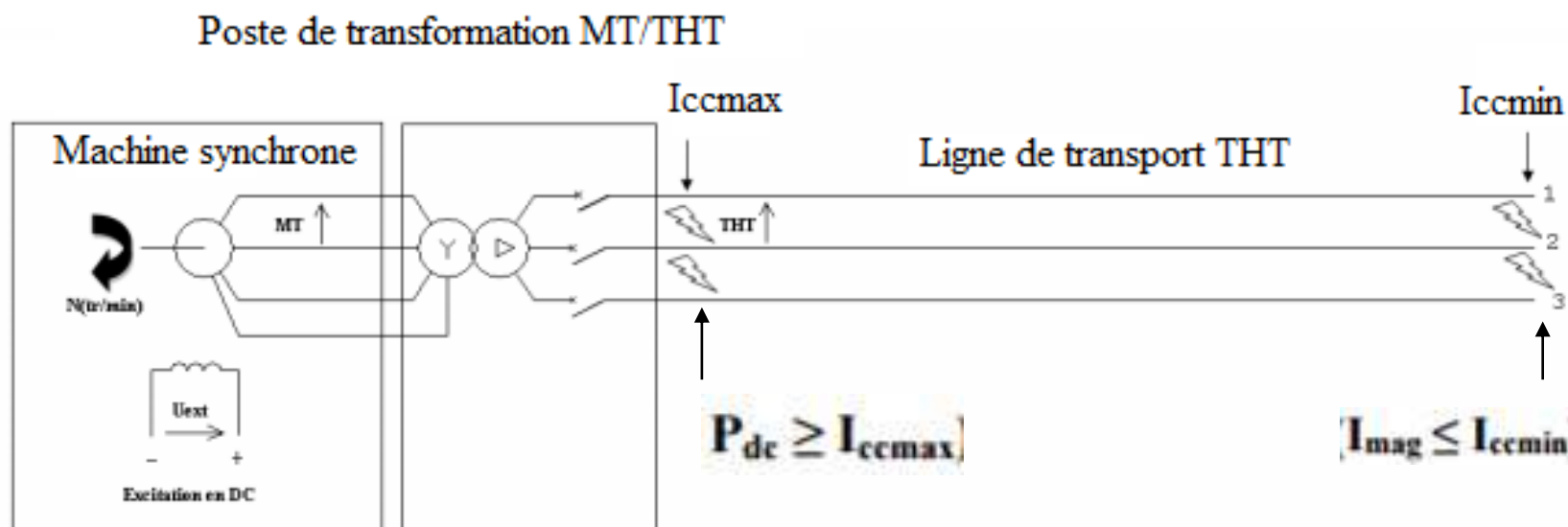
- 1) Calculez les courants triphasé dans les 3 phases ;
- 2) Calculez les composantes symétrique des courants et des tensions simples ;
- 3) Calculez le taux de déséquilibre inverse et homopolaire en courant de cette charge ;
- 4) On change le couplage des impédances en triangle, refaire les mêmes questions. Interprétez le résultat ;

Courant de court – circuit dans les lignes de transport

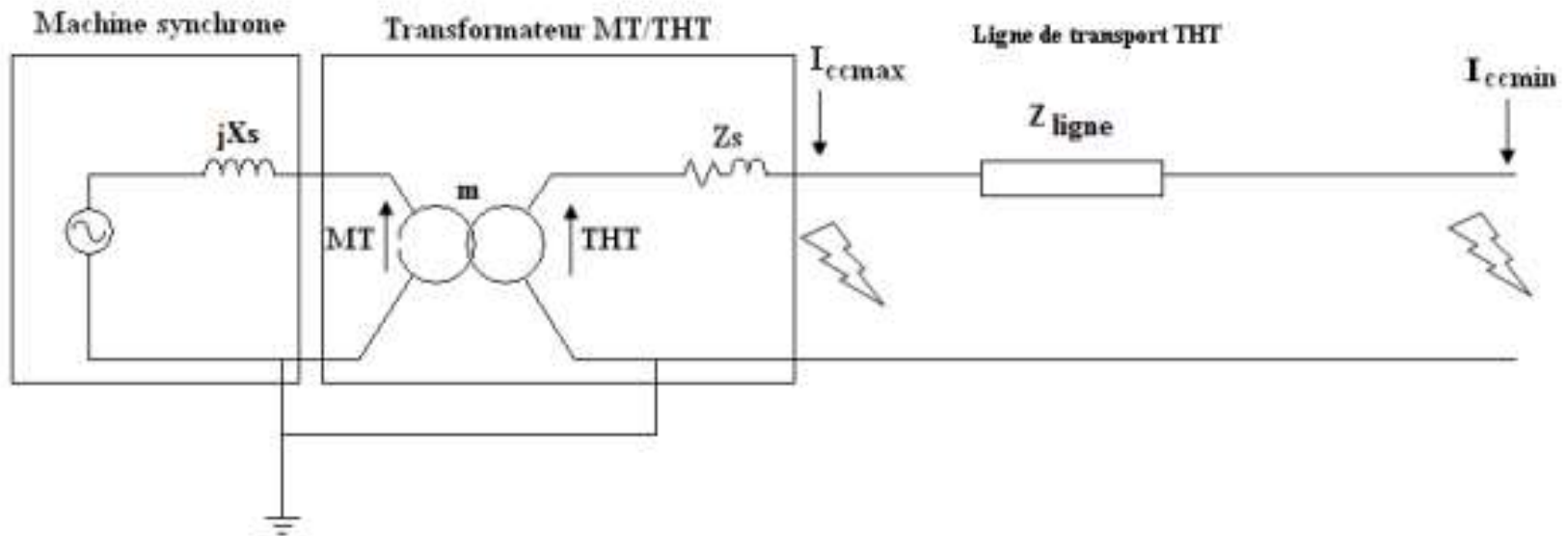
Tout réseau électrique doit être protégé contre les courts-circuits. L'intensité du courant de court-circuit est à calculer aux différents étages du réseau ; ceci pour pouvoir déterminer les caractéristiques du matériel qui doit supporter ou couper ce courant de défaut. La valeur de courant de court circuit minimale I_{ccmin} sert pour définir le calibre du déclencheur magnétique I_{mag} ($I_{mag} \leq I_{ccmin}$). La valeur de courant de court circuit maximale I_{ccmax} sert pour définir le calibre du pouvoir de coupure P_{dc} ($P_{dc} \geq I_{ccmax}$).

P_{dc} : Calibre de pouvoir de coupure

I_{mag} Calibre de déclenchement magnétique



Le model monophasé du défaut de court-circuit est présenté dans la figure suivante :



Le calcul du courant de court-circuit se base sur la connaissance de l'impédance du défaut Z_{cc} au point de court-circuit.

- Pour le calcul du $I_{cc\max}$ l'impédance de défaut égale à $Z_{cc} = Z_s + j \cdot m^2 \cdot X_s$
- Pour le calcul du $I_{cc\min}$ l'impédance de défaut égale à $Z_{cc} = Z_{\text{ligne}} + Z_s + j \cdot m^2 \cdot X_s$

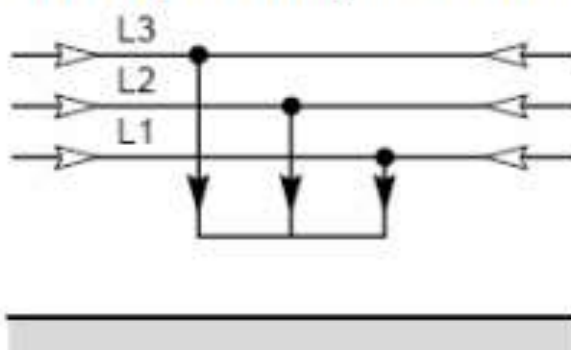
Conséquences des défauts de court-circuit :

Elles sont variables selon la nature et la durée des défauts, le point concerné de l'installation et l'intensité du courant :

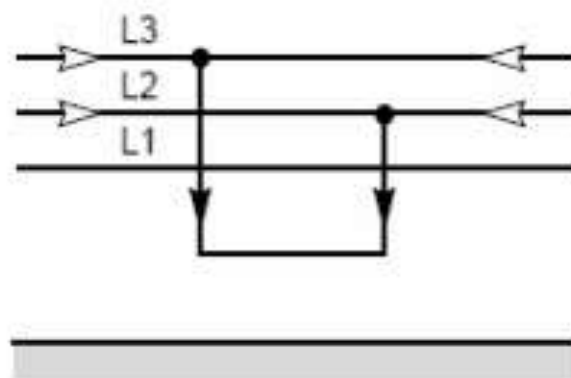
- Au point de défaut, la présence d'arcs de défaut, avec :
 - détérioration des isolants ;
 - fusion des conducteurs ;
 - incendie et danger pour les personnes.
- Pour le circuit défectueux :
 - déformation des JdB (jeux de barres) ;
 - arrachement des câbles ;
 - sur-échauffement par augmentation des pertes joules, avec risque de détérioration des isolants ;

Différentes type de court-circuit :

Court-circuit triphasé : C'est le défaut qui correspond à la réunion des trois phases.



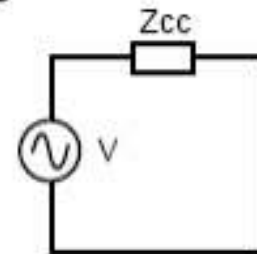
Court-circuit biphasé : Il correspond à un défaut entre deux phases, alimenté sous une tension composée U .



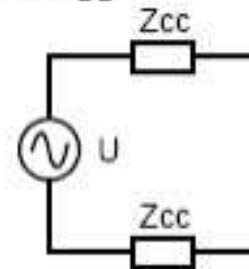
Calcul des I_{cc} par la méthode des impédances :

Cette méthode est utilisée pour calculer le courant de court-circuit dans les réseaux, dans le cas où les impédances de ligne sont considérées équilibrées (ligne équilibrée ou ligne transposée), ainsi que les tensions au poste source de la ligne sont considérées équilibrées.

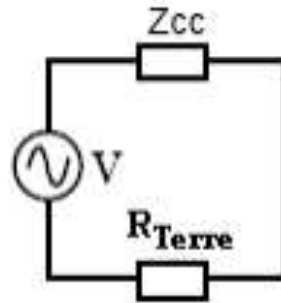
Court-circuit triphasé $I_{cc3} = \frac{U}{\sqrt{3} Z_{cc}}$;



Court-circuit biphasé $I_{cc2} = \frac{U}{2 \cdot Z_{cc}}$;



Court-circuit biphasé-terre ou monophasé-terre : $I_{ccTerre} = \frac{U}{\sqrt{3} |Z_{cc} + R_{Terre}|}$



Avec :

R_{Terre} : résistance de terre ;

Calcul des I_{cc} à l'aide des composantes symétriques :

Cette méthode est utilisée pour calculer le courant de court-circuit dans les réseaux, dans le cas où les impédances de ligne sont considérées déséquilibrées (ligne non transposée).

$$\text{Court-circuit triphasé} : I_{CC3} = \frac{\frac{U}{\sqrt{3}}}{Z_{ccd}} ;$$

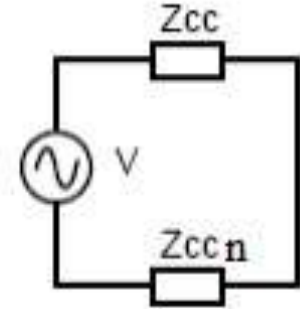
$$\text{Court-circuit biphasé} : I_{CC2} = \frac{U}{|Z_{ccd} + Z_{cci}|}$$

$$\text{Court-circuit biphasé-terre} : I_{CC2T} = \frac{U \times \sqrt{3} \times Z_{cci}}{|Z_{ccd}Z_{cci} + Z_{cci}Z_{cco} + Z_{ccd}Z_{cco}|}$$

Avec :

Z_{ccd} , Z_{cci} , et Z_{cco} : composante symétrique des impédances de court-circuit pour les 3 phases Z_{1cc} , Z_{2cc} , et Z_{3cc} ;

Court- circuit monophasé isolé $I_{cc1} = \frac{U}{\sqrt{3} Z_{cc} + Z_{cn}}$



$$Z_{cc} = (Z_c \times D_{cc}) + Z_s + jm^2 X_s$$

$$Z_{ccn} = Z_{cn} \times D_{cc}$$

Z_c : impédance caractéristique des phases (Ω/km)

Z_{cn} : impédance caractéristique du neutre (Ω/km)

R_{Terre} : résistance de terre

D_{cc} : distance qui sépare le poste source du réseau au point de court circuit

U : Tension composée du réseau

Exercice 1:

Une ligne de transport sans neutre, transposé, de tension $U=400\text{KV}$ et de longueur 150Km possède les caractéristiques suivantes :

$$R_{\text{line}}(\Omega/\text{Km})=0.2; \quad L_{\text{line}}(\text{mH}/\text{Km})=1.5; \quad C_{\text{line}}(\text{nF}/\text{Km})=10$$

Les impédances du transformateur MT/THT et de la machine synchrone valent $m^2.X_s = 7\Omega$; $Z_s = 0.3+j3$; $R_{\text{Terre}} = 10\Omega$

On veut dimensionner le disjoncteur du poste source pour protéger cette ligne contre les courts circuits, pour cela il faut :

- 1) Calculez les différents courants de court-circuit max au poste source, et déterminer le P_{dc} du disjoncteur ;
- 2) Calculez les différents courants de court-circuit min à l'extrémité de la ligne, et déterminer le I_{mag} du disjoncteur ;

Exercice 2:

Une ligne de transport sans neutre, non transposé, de tension $U=400\text{KV}$ et de longueur 80Km possède une résistance linéique $R_{\text{line}}(\Omega/\text{Km})=0.1$. L'inductance de cette ligne est déséquilibrée à cause des contraintes du vent et de mauvaise fixation des câbles :

$$L1_{\text{line}}(\text{mH/Km})=1;$$

$$L2_{\text{line}}(\text{mH/Km})=1.8;$$

$$L3_{\text{line}}(\text{mH/Km})=2.5;$$

La capacité de la ligne est **négligeable**. Les impédances du transformateur MT/THT et de la machine synchrone vaut : $\mathbf{m^2.Xs = 3.5\Omega}$,

$$Z_s = 0.1 + j1.5 ; R_{\text{Terre}} = 8\Omega$$

On veut dimensionner le disjoncteur du poste source pour protéger cette ligne contre les courts-circuits, pour cela il faut :

1. Calculez les différents courants de court-circuit max au poste source, et déterminer le $\mathbf{P_{dc}}$ du disjoncteur ;
2. Calculez les composantes symétriques des impédances de court-circuit à l'extrémité de la ligne
3. Calculez les différents courants de court-circuit min à l'extrémité de la ligne, et déterminer le $\mathbf{I_{mag}}$ du disjoncteur ;

Puissances et harmoniques en électrotechnique

En régime monophasé, on s'intéresse à une charge (dipôle électrique) quelconque alimentée par une tension périodique de fréquence f (secteur 50 Hz).

Ce dipôle consomme un courant périodique de même fréquence f .

I- Définitions

I-1- Décomposition en série de Fourier

Au début du 19^{ème} siècle, Joseph Fourier a montré qu'un signal périodique de fréquence f peut être décomposé avec des signaux sinusoïdaux de fréquence multiple entier de f .

Un signal périodique de fréquence f peut donc s'écrire comme la somme de :

- un terme constant qui correspond à la composante continue (c'est-à-dire la valeur moyenne dans le temps)
- un terme sinusoïdal de fréquence f (c'est le fondamental ou harmonique de rang 1)
- un terme sinusoïdal de fréquence $2f$ (harmonique de rang 2)
- un terme sinusoïdal de fréquence $3f$ (harmonique de rang 3)
- un terme sinusoïdal de fréquence $3f$ (harmonique de rang 4)
- etc ...

Dans le cas d'un courant électrique de fréquence f :

$$i(t) = \langle i \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot I_n \cdot \sin(n\omega t + \phi_n)$$

$= \langle i \rangle$ (valeur moyenne)

$+ \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \sin(\omega t + \phi_1)$ (fondamental ou harmonique de rang 1)

$+ \sqrt{2} \cdot I_2 \cdot \sin(2\omega t + \phi_2)$ (harmonique de rang 2)

$+ \sqrt{2} \cdot I_3 \cdot \sin(3\omega t + \phi_3)$ (harmonique de rang 3)

+

avec :

- $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$: pulsation du fondamental (en radians par seconde)
- I_n : valeur efficace de l'harmonique de rang n (en ampères)
- ϕ_n : phase à l'origine de l'harmonique de rang n (en radians)

Pour la tension électrique v de fréquence f :

$$v(t) = \langle v \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot V_n \cdot \sin(n\omega t + \phi_n + \varphi_n)$$

$= \langle v \rangle$ (valeur moyenne)

$+ \sqrt{2} \cdot V_1 \cdot \sin(\omega t + \phi_1 + \varphi_1)$ (fondamental)

$+ \sqrt{2} \cdot V_2 \cdot \sin(2\omega t + \phi_2 + \varphi_2)$ (harmonique de rang 2)

$+ \sqrt{2} \cdot V_3 \cdot \sin(3\omega t + \phi_3 + \varphi_3)$ (harmonique de rang 3)

+

avec :

- V_n : valeur efficace de l'harmonique de rang n (en volts)
- $\phi_n + \varphi_n$: phase à l'origine de l'harmonique de rang n (en radians)
- φ_n : déphasage entre l'harmonique de rang n de la tension et l'harmonique de rang n du courant (en radians)

I-2- Valeur efficace (True RMS)

Par définition, la valeur efficace d'un courant périodique $i(t)$ est :

$$I = \sqrt{\langle i^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt}$$

On montre que :

$$I = \sqrt{\langle i \rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} = \sqrt{\langle i \rangle^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}$$

avec : I_n la valeur efficace de l'harmonique de rang n (en ampères)

Par définition, la valeur efficace d'une tension périodique $v(t)$ est :

$$V = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t=0}^T v(t)^2 dt}$$

On montre que :

$$V = \sqrt{\langle v \rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n^2} = \sqrt{\langle v \rangle^2 + V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \dots}$$

avec : V_n la valeur efficace de l'harmonique de rang n (en volts)

I-3- Valeur efficace des harmoniques

Il s'agit de la valeur efficace de l'ensemble des harmoniques (à partir du rang 2).

Valeur efficace des courants harmoniques :

$$I_{\text{HM}} = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2} = \sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots}$$

On a :

$$I^2 = \langle i \rangle^2 + I_1^2 + I_{\text{HM}}^2$$

Valeur efficace des tensions harmoniques :

$$V_{\text{HM}} = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2} = \sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots}$$

On a :

$$V^2 = \langle v \rangle^2 + V_1^2 + V_{\text{HM}}^2$$

I-4- Taux de distorsion harmonique THD (en %)

Définition :

$$\text{THD} = \frac{\text{valeur efficace des harmoniques}}{\text{valeur efficace du fondamental}}$$

Pour le courant :

$$\text{THD}_i = 100 \cdot \frac{I_{\text{HM}}}{I_1} \quad (\text{en } \%)$$

Pour la tension :

$$\text{THD}_v = 100 \cdot \frac{V_{\text{HM}}}{V_1} \quad (\text{en } \%)$$

I-5- Puissance apparente S (en VA) de la charge

La puissance apparente de la charge est par définition :

$$S = V \cdot I$$

I-6- Puissance active P (en watts) consommée par la charge

Par définition, c'est la moyenne dans le temps de la puissance instantanée consommée par la charge.

C'est aussi la moyenne sur une période ($T = 1/f$) de la puissance instantanée :

$$P = \langle p \rangle = \langle v \cdot i \rangle = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T v(t)i(t)dt$$

On montre que :

$$P = \langle v \rangle \langle i \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \cos \varphi_n$$

$= \langle v \rangle \langle i \rangle$ (contribution des composantes continues)

$+ V_1 I_1 \cos \varphi_1$ (contribution des fondamentaux)

$+ V_2 I_2 \cos \varphi_2$ (contribution des harmoniques de rang 2)

$+ V_3 I_3 \cos \varphi_3$ (contribution des harmoniques de rang 3)

$+ \dots$

I-7- Puissance réactive Q (en vars) consommée par la charge

Par définition :

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \sin \varphi_n$$

$$\begin{aligned} Q &= V_1 I_1 \sin \varphi_1 && \text{(contribution des fondamentaux)} \\ &+ V_2 I_2 \sin \varphi_2 && \text{(contribution des harmoniques de rang 2)} \\ &+ V_3 I_3 \sin \varphi_3 && \text{(contribution des harmoniques de rang 3)} \\ &+ \dots \end{aligned}$$

I-8- Facteur de puissance PF (Power Factor) de la charge

Par définition :

$$PF = \frac{P}{S}$$

Remarque : $| PF | \leq 1$

I-9- Facteur de déplacement DPF (Displacement Power Factor)

Par définition : $DPF = \cos \varphi_1$

φ_1 désigne le déphasage entre le fondamental de la tension et le fondamental du courant.

I-10- Puissance déformante

Par définition :

$$D = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}$$

ou

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$$

L'unité de la puissance déformante D est le VAD.

II- Cas d'une tension alternative purement sinusoïdale qui alimente un dipôle linéaire

C'est le cas que tout le monde connaît, et nous retrouverons les formules qui nous sont familières.

A l'heure des circuits électroniques (fortement non linéaires), il faut noter que les dipôles linéaires se font rares.

Parmi les dipôles linéaires, on peut cependant citer :

- ampoule à filament (à ne pas confondre avec l'ampoule basse consommation)
- radiateur électrique
- condensateur
- bobine
- moteur asynchrone sans variateur

Pour un dipôle linéaire :

- Tension alternative sinusoïdale de fréquence $f \Rightarrow$ courant alternatif sinusoïdal de fréquence f
- Le déphasage entre la tension et le courant ne dépend que de la fréquence.
- L'impédance $Z = V / I$ ne dépend que de la fréquence.

Pour un courant alternatif, la composante continue est par définition nulle ($\langle i \rangle = 0 \text{ A}$).
Dans un courant purement sinusoïdal, il n'y a pas d'harmoniques de rang 2 et supérieur.

Un courant alternatif purement sinusoïdal se résume donc à son fondamental (harmonique de rang 1) :

$$i(t) = \langle i \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot I_n \cdot \sin(n\omega t + \phi_n)$$

$$= \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \sin(\omega t + \phi_1)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

Valeur efficace du courant $i(t)$:

Valeur efficace des courants harmoniques :

Taux de distorsion harmonique :

$$I = I_1$$

$$I_{HM} = 0 \text{ A}$$

$$\text{THD}_i = 0 \%$$

De même, l'expression d'une tension alternative purement sinusoïdale s'écrit :

$$v(t) = \langle v \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot V_n \cdot \sin(n\omega t + \phi_n + \varphi_n)$$

$$= \sqrt{2} \cdot V_1 \cdot \sin(\omega t + \phi_1 + \varphi_1)$$

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega t + \phi + \varphi)$$

Valeur efficace de la tension $v(t)$:	$V = V_1$
Valeur efficace des tensions harmoniques :	$V_{HM} = 0 \text{ V}$
Taux de distorsion harmonique :	$\text{THD}_v = 0 \%$

$\varphi (= \varphi_1)$ est le déphasage de la tension v par rapport à i .

Puissance active P : $P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = VI \cos \varphi$

Puissance réactive Q : $Q = V_1 I_1 \sin \varphi_1 = VI \sin \varphi$

Puissance apparente S : $S = VI$

Puissance déformante D :

$$\begin{aligned} P^2 + Q^2 &= (VI \cos \varphi)^2 + (VI \sin \varphi)^2 \\ &= (VI)^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = (VI)^2 = S^2 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$D = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}$$

$$\Rightarrow D = 0$$

Facteur de puissance (PF Power Factor) :

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{VI \cos \varphi}{VI} = \cos \varphi$$

Facteur de déplacement (DPF Displacement Power Factor) :

Par définition : $DPF = \cos \varphi_1$

$$\Rightarrow DPF = PF$$

III- Cas d'une tension alternative purement sinusoïdale qui alimente un dipôle non linéaire

Les *dipôles non linéaires* sont aussi appelés *charges déformantes* (car déformation de la forme du courant, c'est-à-dire création d'harmoniques de courant).

Exemples de dipôles non linéaires :

- ampoule basse consommation
- éclairage néon
- alimentation à découpage
- ordinateur
- téléviseur
- moteur asynchrone avec variateur
- moteur à courant continu avec variateur

On suppose le courant alternatif : $\langle i \rangle = 0 \text{ A}$

$$I = \sqrt{\langle i \rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2}$$
$$= \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}$$

Une tension alternative purement sinusoïdale se résume à son fondamental (harmonique de rang 1) :

$$\text{Pour } n \geq 2 : \quad V_n = 0 \text{ V}$$
$$V = V_1$$

Puissance active :

$$P = \langle v \rangle \langle i \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \cos \varphi_n$$

$$= V_1 I_1 \cos \varphi_1$$

$$= VI_1 \cos \varphi_1$$

φ_1 est le déphasage entre la tension et le fondamental du courant.

Les harmoniques du courant (rang ≥ 2) ne jouent aucun rôle en ce qui concerne la puissance active.

Puissance réactive :

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \sin \varphi_n \\ &= V_1 I_1 \sin \varphi_1 \\ &= V I_1 \sin \varphi_1 \end{aligned}$$

Les harmoniques du courant (rang ≥ 2) ne jouent aucun rôle en ce qui concerne la puissance réactive.

Puissance déformante :

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)} \\ &= \sqrt{(VI)^2 - (VI_1)^2} \\ &= V \sqrt{I^2 - I_1^2} \end{aligned}$$

$$D = V \cdot I_{HM}$$

La puissance déformante est directement liée à la présence des harmoniques de courant (rang ≥ 2).

Facteur de puissance :

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{VI_1 \cos \varphi_1}{VI} = \frac{I_1}{I} \cos \varphi_1 = \frac{I_1}{\sqrt{I_1^2 + I_{HM}^2}} \cos \varphi_1$$

$$PF = \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{THD_i(\text{en } \%)}{100}\right)^2}} = \frac{DPF}{\sqrt{1 + \left(\frac{THD_i(\text{en } \%)}{100}\right)^2}}$$

Quand le taux de distorsion harmonique du courant (THD_i) augmente, le facteur de puissance diminue.

Le terme $\cos \varphi_1$ est aussi appelé **facteur de déplacement** (DPF : Displacement Power Factor).

On a : **PF < DPF**

THD _i	Facteur de puissance PF (pour DPF = 1)
0 % (charge linéaire)	1
10 %	0,995
20 %	0,981
50 %	0,894
100 %	0,707
150 %	0,555
200 %	0,447

On retiendra que les charges déformantes dégradent le facteur de puissance.

IV- Cas d'une tension non sinusoïdale

En pratique, la tension du secteur n'est jamais complètement sinusoïdale : il y a des harmoniques de tension.

La présence d'harmoniques de tension est la conséquence des charges non linéaires qui créent des harmoniques de courant.

L'impédance de source du secteur n'est jamais complètement nulle (impédance de lignes, impédance des transformateurs ...) : la déformation du courant entraîne une déformation de la tension.

En résumé : charges non linéaires \Rightarrow harmoniques de courant \Rightarrow harmoniques de tension

Si le taux de distorsion harmonique de la tension est faible (quelques %) et que le taux de distorsion harmonique du courant est élevé, on peut écrire :

$$P \approx VI_1 \cos \varphi_1$$

$$Q \approx VI_1 \sin \varphi_1$$

$$D \approx V \cdot I_{HM} = V \sqrt{I^2 - I_1^2}$$

$$PF \approx \frac{DPF}{\sqrt{1 + \left(\frac{THD_i(\text{en } \%)}{100} \right)^2}}$$